

UNIVERSITÉ PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE 422 : Sciences et Technologie de l'Information, des
Télécommunications et des Systèmes

Laboratoire : Institut d'Électronique Fondamentale, Université Paris-Sud, UMR8622,
Bât. 220 - Centre scientifique d'Orsay - 91405 Orsay

DISCIPLINE : Physique

THÈSE DE DOCTORAT

par

Fabian GAUFILLET

CRISTAUX PHOTONIQUES À GRADIENT : DISPOSITIFS ET APPLICATIONS.

Date de soutenance : 12/11/2014

Composition du jury :

<i>Directeur de thèse :</i>	Éric AKMAN SOY	Maître de conférences (Université Paris-Sud) Habilité à diriger des recherches
<i>Rapporteurs :</i>	Émmanuel CENTENO Olivier VANBESIEN	Professeur des universités (Université Clermont 1) Professeur des universités (Université Lille 1)
<i>Examineurs :</i>	Ronan SAULEAU Serge VERDEYME Philippe BOUCAUD	Professeur des universités (Université de Rennes 1) Professeur des universités (Université de Limoges) Directeur de recherche (Université Paris-Sud)
<i>Membre invité :</i>	Gérard-Pascal PIAU	Dr-Ingénieur (Airbus Group Innovation Works)

Table des matières

1	Présentation	5
	Introduction	5
1.1	Les premiers travaux sur les cristaux photoniques	6
1.1.1	Structure unidimensionnelle (1D) : le miroir de Bragg	7
1.1.2	Les structures bidimensionnelles (2D) et tridimensionnelles (3D)	8
1.2	Relation de dispersion	11
1.3	Diagramme de bandes et surfaces iso-fréquences	11
1.3.1	La zone de Brillouin irréductible	12
1.3.2	Diagrammes de bandes des cristaux photoniques bidimensionnels	14
1.3.3	Courbes et surfaces iso-fréquences	15
1.4	Vitesses et indices de phase et de groupe	15
1.4.1	Vitesses de phase et de groupe	15
1.4.2	Indices effectifs de réfraction de phase et de groupe	16
1.5	Propriétés de dispersion de la lumière dans les cristaux photoniques	17
1.5.1	L'effet super-prisme	19
1.5.2	La super-collimation ou auto-collimation	19
1.5.3	La réfraction négative	20
1.6	Les cristaux photoniques dans la nature	25
1.6.1	Les opales	25
1.6.2	Les papillons	26
1.6.3	Les oiseaux	27
1.6.4	Les souris de mer « Aphrodita »	28
	Conclusion	28
2	Méthodes et outils numériques	31
	Introduction	31
2.1	Les équations de Maxwell et l'équation d'onde	32
2.1.1	Dans le vide	32
2.1.2	Dans un milieu	33
2.2	Propagation d'une onde plane dans un milieu	35
2.3	La méthode FDTD	35
2.3.1	Les conditions périodiques aux limites	40
2.3.2	Calcul d'un diagramme de bandes	42
2.3.3	Les conditions absorbantes aux limites	44
2.3.4	La méthode TF/SF	49
2.3.5	Réalisation d'un sous-maillage pour la méthode FDTD	52
	Conclusion	58

3	Conception de lentilles à gradient d'indice	59
	Introduction	59
3.1	Cristaux photoniques à gradient	60
3.2	Principe de la lentille	63
3.3	Conception d'une lentille à gradient d'indice positif en cristal photonique	65
3.3.1	Courbe d'étalonnage et profil d'indice	66
3.3.2	Simulation de la lentille à pistes de cuivre	71
3.3.3	Caractérisation expérimentale d'une lentille	73
3.3.4	Comparaison avec l'état de l'art	79
3.4	Lentille à gradient d'indice négatif	83
3.4.1	Courbe d'étalonnage et profil d'indice	83
3.4.2	Résultats de simulation	86
3.5	Lentille de Luneburg	90
3.5.1	Présentation	90
3.5.2	Principe	91
3.5.3	Lentille de Luneburg à cristal photonique en alumine	92
3.5.4	Lentille de Luneburg à cristal photonique en téflon	96
3.6	Lentilles Maxwell Fisheye et Half Maxwell Fisheye	100
3.6.1	Lentille Maxwell Fisheye	100
3.6.2	Lentille Half Maxwell Fisheye	101
3.7	Optique à gradient d'indice	102
	Conclusion	106
4	Réflexion totale frustrée et décalage de Goos-Hänchen	109
	Introduction	109
4.1	Introduction aux ondes évanescentes	110
4.2	Réflexion Totale Frustrée	113
4.3	Profondeur de pénétration	114
4.4	Intensité du champ transmis	116
4.5	Décalage de Goos-Hänchen	117
4.6	Applications utilisant la TIR et la FTIR	120
	Conclusion	122
	Appendices	125
A	Caractérisation des émetteurs utilisés	127
B	Rayons des trous constitutifs de lentille à gradient d'indice négatif	129
C	Simulations complémentaires	131
	Table des figures	135
	Liste des tableaux	145
	Bibliographie	149

Remerciements

Je remercie André De Lustrac, directeur de l'Institut d'Électronique Fondamentale de m'avoir accueilli durant ces trois années, mon directeur de thèse Éric Akmansoy pour avoir encadré mon travail, Abdel Boukrit et Alexis Poizat pour la réalisation des lentilles, Patrice Fromy pour la mise à disposition des ressources informatiques et Philippe Gogol pour l'aide qu'il m'a apportée sur LabVIEW.

J'adresse également mes remerciements aux membres du jury, Philippe Boucaud, Emmanuel Centeno, Ronan Sauleau, Olivier Vanbésien, et Serge Verdeyme pour avoir accepté d'examiner et juger ce travail.

Introduction générale

Contrôler la propagation de la lumière : tel est l'objectif de la photonique, une branche récente et prometteuse de l'optique qui a conduit aux diodes électroluminescentes et aux fibres optiques structurées. Les matériaux artificiellement structurés que sont ces cristaux photoniques permettent de répondre à ce besoin. Ceux-ci sont couramment utilisés pour leurs propriétés dispersives. Leur constante diélectrique varie périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde selon deux ou trois directions avec un contraste d'indice suffisamment élevé [1]. La relation de dispersion $\omega = \omega(k)$ qui résulte de cette variation périodique a la forme d'une structure de bande à l'intérieur de laquelle il existe des bandes interdites photoniques où la propagation du champ électromagnétique est interdite. En dehors de ces bandes, i.e. dans les bandes photoniques, se trouvent les propriétés de dispersion des cristaux photoniques. En effet, la propagation du champ électromagnétique dans les cristaux photoniques est gouvernée par la forme des bandes photoniques [2].

Le but du travail présenté dans ce mémoire est de concevoir, de fabriquer et de caractériser des dispositifs à cristal photonique à gradient. Ces dispositifs ont été conçus de façon à s'appliquer dans les domaines allant des micro-ondes à l'optique. Les cristaux photoniques à gradient ont été proposés par E. Centeno et D. Cassagne [3] et ont démontré leur capacité à *réellement* gouverner la propagation du champ électromagnétique, pas seulement à le guider. Il a été notamment démontré leur capacité à courber le flux de lumière [4]. Leur principe repose sur la variation d'un paramètre de la maille du cristal photonique : dimension, facteur de remplissage, permittivité. Rigoureusement, les cristaux photoniques à gradient ne sont pas périodiques. Cependant, le gradient est choisi de façon à être faible à l'échelle de la maille, si bien que les propriétés des cristaux photoniques à gradient se déduisent à partir des structures de bandes de cristaux photoniques.

Avec les cristaux photoniques *à gradient*, on peut réaliser des fonctions relativement simples telles que le démultiplexage, la focalisation, le couplage, l'imitation d'un matériau naturel structuré, etc [5–15]. L'optique à gradient d'indice trouve de nombreuses applications dans l'imagerie et dans les télécommunications : ce sujet a fait l'objet de nombreuses études (voir [16] pour une revue).

Nous avons conçu des dispositifs à partir de cristaux photoniques dont les propriétés dispersives les rendent analogues à des milieux linéaires, homogènes et isotropes (LHI)¹. À la maille élémentaire de ces cristaux photoniques LHI, nous avons appliqué un gradient pour réaliser des dispositifs. L'intérêt des cristaux photoniques à gradient réside dans le fait qu'ils peuvent être fabriqués par un grand nombre de procédés, par exemple, la nano-lithographie. Ils peuvent ainsi être conçus et fabriqués pour les domaines micro-ondes et optiques. Le fil

1. Nous les appellerons cristaux photoniques LHI dans la suite de ce document

conducteur de ce travail a été d'abord le sujet par le domaine des micro-ondes en visant celui de l'optique, qui nécessitera des moyens de fabrication beaucoup plus sophistiqués. Ce sont des lentilles à gradient d'indice que nous avons considérées car elles trouvent des applications dans tous les domaines de fréquences. Notamment, nous avons conçu, fabriqué et caractérisé une lentille à gradient d'indice pour la bande X des micro-ondes. Elle constitue en soi un démonstrateur validant d'une manière générale la démarche mise en œuvre dans ce travail, mais elle peut s'appliquer particulièrement dans ce domaine de fréquences. En micro-ondes, les lentilles conçues peuvent, par exemple, être associées à des antennes. Dans le domaine optique, les dispositifs à cristaux photoniques à gradient sont applicables à des circuits de photonique intégrée. Leurs applications possibles sont, par exemple, le pompage optique, l'excitation de substances biologiques ou organiques, etc. Elles doivent permettre l'intégration de différentes fonctions optiques sur « puce ».

Dans le premier chapitre présentons les cristaux photoniques en partant des premiers travaux fondateurs de Lord Rayleigh en 1887. Il a travaillé sur ce qui représente aujourd'hui le premier cristal photonique unidimensionnel : le miroir de Bragg. Ses travaux ont ensuite été étendus aux structures bidimensionnelles et tridimensionnelles. Nous rappelons la relation de dispersion qui lie la pulsation ω au vecteur d'onde \mathbf{k} d'une onde monochromatique dans le vide et dans un milieu. Cette relation de dispersion, dont l'étude peut être limitée à ce que l'on appelle la zone de Brillouin irréductible, a la forme d'une structure de bandes d'où l'on déduit les vitesses et indices de phase et de groupe. En étendant cette étude à toute la zone de Brillouin, on obtient une représentation en trois dimensions de cette relation : ce sont les surfaces iso-fréquences d'où l'on tire les courbes iso-fréquences utiles à la détermination de la direction de propagation d'une onde monochromatique dans un cristal photonique. Elles sont utilisées pour mettre en évidence des propriétés remarquables de dispersion de la lumière : effet super-prisme, l'auto-collimation, l'ultra-réfractivité et la réfraction négative. Nous terminons ce premier chapitre en abordant le cas de certaines espèces animales qui possèdent des caractéristiques semblables aux cristaux photoniques : ils sont naturellement présents sur les ailes de certains papillons et de certains oiseaux, sur les opales, sur les souris de mer appelées « Aphrodita », etc.

Le deuxième chapitre de ce manuscrit est consacré à l'étude théorique de la propagation des ondes électromagnétiques dans l'air et dans les matériaux homogènes. Pour ce faire, nous rappelons les équations de Maxwell ainsi que l'équation d'onde. Ensuite, dans le but de simuler des cristaux photoniques, de tracer des structures de bandes ainsi que des courbes iso-fréquences, nous consacrons une large partie de ce deuxième chapitre à l'étude de la méthode de résolution numérique des équations de Maxwell que nous avons utilisé au cours de ces trois dernières années : il s'agit de la méthode FDTD (*Finite Difference Time Domain*), méthode des différences finies dans le domaine temporel basée sur la résolution en temps et en espace des équations différentielles de Maxwell. Nous décrivons comment procéder pour simuler des dispositifs finis par l'introduction de conditions absorbantes aux limites et infinis par l'introduction de conditions périodiques aux limites. La simulation d'un dispositif infini permet notamment de calculer les diagrammes de bandes ainsi que les surfaces iso-fréquences. Nous montrons comment simuler la propagation d'une onde plane à partir de la méthode dite de « champ total/champ diffracté » consistant à diviser la zone de discrétisation en deux parties : une zone de champ total localisée au centre et une zone de champ diffracté placée à sa périphérie. Nous finissons l'étude de cette méthode numérique par le développement d'un sous-maillage local pour la simulation de cristaux photoniques dont une dimension est très

faible devant la taille du réseau périodique.

L'ensemble des méthodes et outils numériques développés dans le deuxième chapitre sont exploités dans le troisième chapitre pour réaliser différents dispositifs à partir de cristaux photoniques à gradient constitués par des matériaux relativement simples. Pour commencer, nous nous intéressons à ce qui se fait dans le domaine : pour une fréquence donnée, en modifiant un paramètre constitutif d'un cristal photonique à l'échelle de la maille, des chercheurs sont parvenus à imiter un phénomène naturel : le mirage atmosphérique. Sont ensuite rapportés les principaux résultats de ce travail de thèse, i.e. la conception et la caractérisation de plusieurs lentilles à gradient d'indice conçues à partir de cristaux photoniques LHI à gradient de facteur de remplissage. Les structures de bandes et les surfaces iso-fréquences ont d'abord été calculées pour trouver la gamme de fonctionnement LHI des cristaux photoniques. Aux fréquences de fonctionnement choisies, les courbes iso-fréquences sont circulaires. Nous avons conçu des lentilles présentant des gradients 1D puis 2D. Les deux lentilles plates présentées ont un gradient 1D, la première est à indice positif tandis que la seconde est à indice négatif. Des résultats importants reportés dans ce chapitre concernent la conception, la fabrication et la caractérisation d'une des deux lentilles plates à gradient d'indice fonctionnant dans la bande X des micro-ondes. Cette lentille focalise une onde plane incidente et collimate l'onde émise par une source ponctuelle situés dans son plan focal. Nous caractérisons ensuite plusieurs lentilles à gradient 2D dont des lentilles de Luneburg et Half Maxwell Fisheye dont les applications aux antennes sont importantes. Enfin, nous nous sommes intéressés à la réalisation de lentilles optiques à gradient d'indice dites « SELFOC® ». Les applications typiques de ces dernières sont la collimation du faisceau issu d'une fibre optique, le couplage entre diode laser et fibre optique, la focalisation d'un laser sur un détecteur, etc.

Dans le but de confirmer les propriétés dispersives remarquables qui ont été mises en évidence dans le chapitre précédent, nous avons poursuivi dans ce sens dans le quatrième chapitre en « revisitant » une expérience classique qui met en évidence l'existence des ondes évanescentes : celle du « double prisme à angle droit » [17]. En situation de réflexion totale, i.e. lorsqu'une onde plane est incidente sur un dioptre à une incidence supérieure à l'angle critique, s'il n'existe pas alors d'onde réfractée, il existe néanmoins dans le second milieu une onde dite évanescente, i.e. qui ne se propage pas et dont l'amplitude est constante dans le temps. Dans des conditions que nous décrivons dans ce chapitre, l'onde évanescente produite à l'interface du premier prisme par réflexion totale frustrée peut se transmettre au second prisme et le traverser sous la forme d'une onde propagative. De plus, lors de la réflexion totale frustrée, l'onde réfléchie sur le dioptre considéré subit un décalage qui a été mis en évidence par Goos et Hänchen. Ce sont ces deux points — réflexion totale frustrée et effet Goos-Hänchen — que nous vérifions dans ce chapitre dans le cas de cristaux photoniques LHI.

Chapitre 1

Présentation

Sommaire

Introduction	5
1.1 Les premiers travaux sur les cristaux photoniques	6
1.1.1 Structure unidimensionnelle (1D) : le miroir de Bragg	7
1.1.2 Les structures bidimensionnelles (2D) et tridimensionnelles (3D)	8
1.2 Relation de dispersion	11
1.3 Diagramme de bandes et surfaces iso-fréquences	11
1.3.1 La zone de Brillouin irréductible	12
1.3.2 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques bidimensionnels	14
1.3.3 Courbes et surfaces iso-fréquences	15
1.4 Vitesses et indices de phase et de groupe	15
1.4.1 Vitesses de phase et de groupe	15
1.4.2 Indices effectifs de réfraction de phase et de groupe	16
1.5 Propriétés de dispersion de la lumière dans les cristaux photoniques	17
1.5.1 L'effet super-prisme	19
1.5.2 La super-collimation ou auto-collimation	19
1.5.3 La réfraction négative	20
1.6 Les cristaux photoniques dans la nature	25
1.6.1 Les opales	25
1.6.2 Les papillons	26
1.6.3 Les oiseaux	27
1.6.4 Les souris de mer « Aphrodita »	28
Conclusion	28

Introduction

Dans ce premier chapitre nous présentons les cristaux photoniques en partant des premiers travaux fondateurs de Lord Rayleigh en 1887. Il a travaillé sur ce qui représente aujourd'hui le premier cristal photonique unidimensionnel : le miroir de Bragg. Il consiste en un empilement de couches de matériaux dont la permittivité est différente. Ses travaux ont ensuite été

étendus aux structures bidimensionnelles et tridimensionnelles notamment par E. Yablono-vitch.

Nous rappelons ensuite la relation de dispersion qui lie la pulsation ω au vecteur d'onde \mathbf{k} d'une onde monochromatique pour un milieu périodique. Cette relation de dispersion, dont l'étude peut être limitée à ce que l'on appelle la zone de Brillouin irréductible, a la forme d'une structure de bandes d'où l'on déduit les vitesses et indices de phase et de groupe. En étendant cette étude à toute la zone de Brillouin, on obtient une représentation en trois dimensions de cette relation : ce sont les surfaces iso-fréquences d'où l'on tire les courbes iso-fréquences utiles à la détermination de la direction de propagation d'une onde monochromatique dans un cristal photonique. Elles sont utilisées pour mettre en évidence des propriétés remarquables de dispersion de la lumière : effet super-prisme, l'auto-collimation, l'ultra-réfractivité et la réfraction négative.

Nous terminons ce premier chapitre en abordant le cas de certaines espèces animales qui possèdent des caractéristiques semblables aux cristaux photoniques : ils sont naturellement présents sur les ailes de certains papillons et de certains oiseaux, sur les opales, sur les souris de mer appelées « Aphrodita », etc

1.1 Les premiers travaux sur les cristaux photoniques

Certains chercheurs se sont fixés pour objectif de réaliser un matériau qui serait, pour les photons, l'analogue de ce qu'est un cristal semi-conducteur pour les électrons [18–20]. Cette nouvelle classe de matériaux suscite encore un très vif intérêt. Il s'agit ici de structures diélectriques ou métalliques présentant un arrangement périodique et que l'on appelle « cristaux photoniques » ou encore « matériaux à bande interdite photonique ». De telles structures permettent de « manipuler » les photons comme un circuit électrique le ferait avec des électrons. Les cristaux photoniques présentent des états photoniques structurés en bandes interdites et passantes. En effet, dans un cristal semi-conducteur, la périodicité du réseau cristallin empêche les électrons de prendre n'importe quelle valeur d'énergie, elle doit appartenir à l'une des gammes d'énergie séparées par des « bandes d'énergies interdites ». Ces dernières sont plus communément appelées « bandes interdites électroniques ». Tout l'intérêt des semi-conducteurs découle de l'existence de ces zones.

Les cristaux photoniques sont donc des matériaux diélectriques ou métalliques artificiellement structurés dont la constante diélectrique varie périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde selon plusieurs directions de l'espace avec un contraste d'indice suffisamment élevé [1]. Pour mieux comprendre le fonctionnement d'un tel matériau, il est possible de faire l'analogie avec la bande d'énergie interdite électronique caractérisant les réseaux cristallins atomiques : les structures photoniques possèdent donc une (ou des) bande(s) de fréquences interdites pour lesquelles aucune onde électromagnétique ne peut se propager, et ce, quelque soit la polarisation et la direction de propagation de cette onde. Cette propriété intéressante offre aux cristaux photoniques la possibilité de contrôler la propagation, sans absorption, des ondes électromagnétiques offrant ainsi de nouvelles perspectives dans la manipulation de la lumière.

1.1.1 Structure unidimensionnelle (1D) : le miroir de Bragg

Remontons à l'année 1887. C'est à cette époque que les toutes premières études portant sur un matériau diélectrique présentant une périodicité suivant une direction ont été menées. En effet, au cours de cette année, Lord Rayleigh a décrit le comportement des ondes dans un film multi-couches pour lequel l'indice de réfraction alternait d'une couche à l'autre [21]. Ce type de structure, appelé réseau de Bragg, est représenté sur la figure 1.1. Il s'agit donc

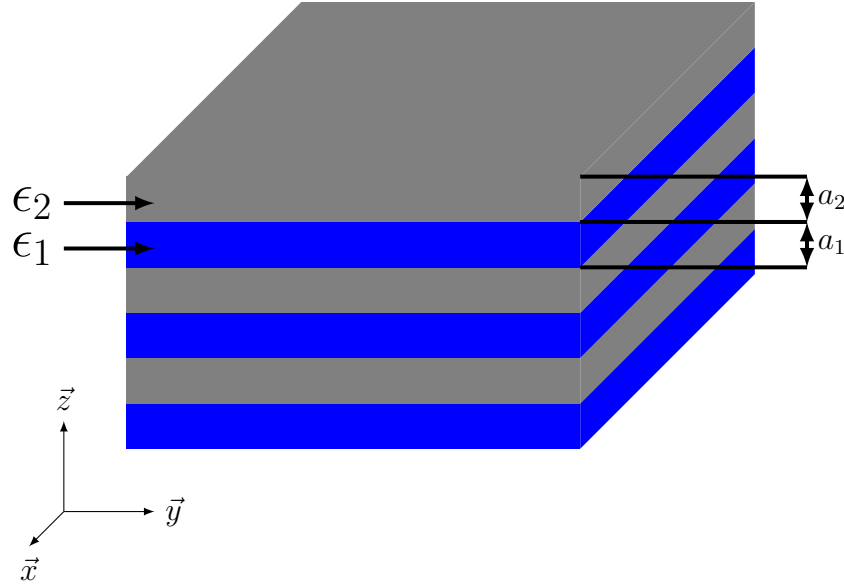


FIGURE 1.1 – Schéma d'un miroir de Bragg constitué d'un empilement de couches d'épaisseurs a_1 et a_2 de permittivités ϵ_1 et ϵ_2 ($\epsilon_1 > \epsilon_2$) différentes.

de ce que l'on appelle un cristal photonique unidimensionnel [1] car il se caractérise par une alternance, suivant une seule et unique direction de l'espace, de deux milieux diélectriques dont les constantes diélectriques ϵ_1 et ϵ_2 sont différentes. Ainsi, lorsqu'une onde incidente se propage au sein d'un de ces deux milieux et arrive à l'interface entre ces derniers, une partie de cette lumière est réfléchie. Cette réflexion s'accompagne d'un changement de phase de π si l'onde va d'un milieu de faible indice vers un milieu de fort indice. L'autre partie est transmise au deuxième milieu au sein duquel elle va se propager. L'opération que nous venons de décrire se répète pour chaque couche constitutive du miroir de Bragg comme le montre la figure 1.2. Il s'agit d'une description très simple du phénomène. Il faut tout de même prêter attention à la valeur des déphasages, qui eux-mêmes dépendent de la longueur d'onde. Selon leurs valeurs, on peut obtenir des interférences constructives, qui vont entraîner une réflexion totale, ou destructives. Si l'on souhaite obtenir une structure parfaitement réfléchissante sur une certaine bande de longueurs d'ondes, il convient de choisir judicieusement l'épaisseur des couches. Lorsque l'épaisseur optique totale $n_1 a_1 + n_2 a_2$ des alternances est de $\lambda/2$ où λ est la longueur d'onde, l'onde réfléchie par l'interface (1) est en phase avec celles réfléchies par les interfaces (3), (5), etc. Par suite de ces interférences constructives, on finit par aboutir à une réflexion totale, ce qui revient à dire que l'onde ne peut, en fait, se propager et que l'on a bien affaire à une bande interdite photonique. Dans le cas particulier où les deux couches de chaque alternance ont même épaisseur optique $n_1 a_1 = n_2 a_2 = \lambda/4$, on observe que les ondes réfléchies par toutes les interfaces (1), (2), (3), etc. sont en phase. Cela correspond alors à la bande interdite la plus large. Cela permet de réaliser des miroirs diélectriques avec des

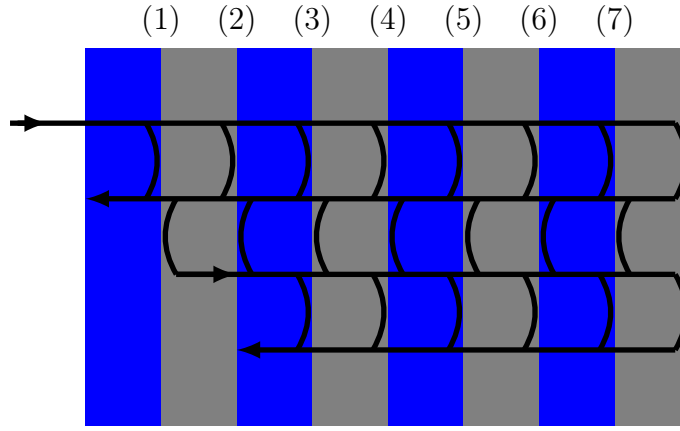


FIGURE 1.2 – Mise en évidence du phénomène d’interférences multiples au sein d’un miroir de Bragg. Une onde incidente se propage au sein d’un premier milieu et à l’interface (1) entre les deux milieux, une partie de cette onde est réfléchiée tandis qu’une autre partie est transmise au second milieu. Ce phénomène se répète à toutes les interfaces.

coefficients de réflexion très élevés et proches de 1. Sans rentrer dans le détail des calculs, il a été montré que lorsque les épaisseurs optiques des différentes couches sont égales, la largeur de cette bande interdite $\Delta\omega$ ne dépend que du contraste d’indice [22]

$$\Delta\omega = \frac{4}{\pi}\omega_0 \arcsin \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right| \quad (1.1)$$

où $n_1 = \sqrt{\epsilon_1}$ et $n_2 = \sqrt{\epsilon_2}$ sont les indices de réfraction des deux matériaux diélectriques et ω_0 la fréquence centrale.

Les cristaux photoniques unidimensionnels sont donc les structures les plus anciennes qui aient été étudiées. Ces dernières servent surtout de miroirs diélectriques (par exemple pour les lasers) ou encore de fibre optique. Au cours de l’année 1972, V.P. Bykov [23] a mené une étude théorique détaillée de structures optiques unidimensionnelles. Plus précisément, il a été le premier à examiner l’effet de bandes interdites sur l’émission spontanée provenant d’atomes et de molécules intégrées à la structure. En conclusion de cette étude, il a également formulé des hypothèses sur l’emploi de structures bidimensionnelles et tridimensionnelles que nous abordons dans la partie suivante.

1.1.2 Les structures bidimensionnelles (2D) et tridimensionnelles (3D)

De ce qui précède, il a été montré la possibilité de réaliser une structure qui, dans certaines conditions, présentera des bandes interdites photoniques. Dans le but de pouvoir contrôler ces dernières quelque soit l’angle d’incidence de l’onde électromagnétique, il faut étendre la périodicité de la structure à 2 ou 3 dimensions. R. Zengerle [24], E. Yablonovitch [19] et S. John [20] ont initié et généralisé ce concept au cours de l’année 1987. La motivation principale de S. John était d’utiliser les cristaux photoniques dans le but de modifier la localisation et le contrôle de la lumière. E. Yablonovitch cherchait, quant à lui, à appréhender la densité d’états photoniques, par analogie à la densité d’états électroniques, dans le but de contrôler

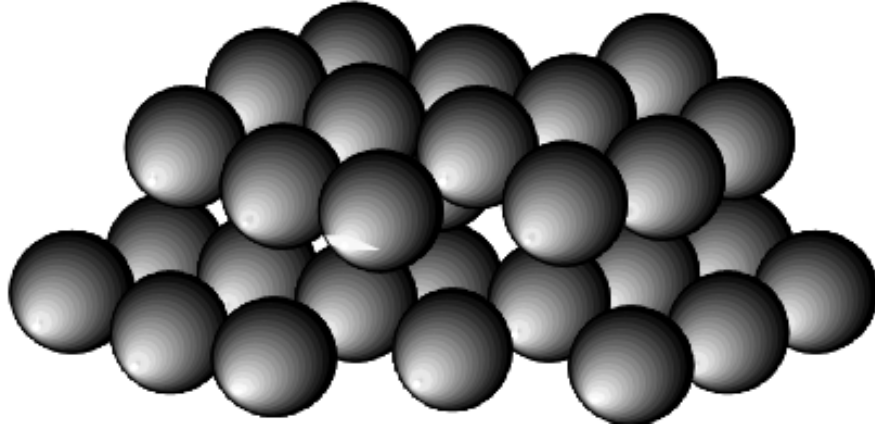


FIGURE 1.3 – Exemple de cristal photonique tridimensionnel composé de sphères diélectriques dont la géométrie suit celle de la structure du diamant. Cette structure diamant est également appelée structure « CFC (Cubique à Face Centrée) » [25].

l'émission spontanée de matériaux intégrés aux cristaux photoniques.

Comme leurs noms l'indiquent, les structures tridimensionnelles sont des structures possédant une constante diélectrique arrangée de manière périodique suivant les trois directions de l'espace. Penchons-nous plus particulièrement sur celles qui présentent une bande interdite photonique complète. Ces dernières s'inspirent fortement de la géométrie de la structure du diamant (face cubique centrée) représentée sur la figure 1.3. La symétrie cubique à face centrée possède deux atomes par maille et permet l'ouverture d'une bande interdite complète [26]. Outre ses premiers résultats marquants que nous venons d'évoquer, d'autres travaux concernant les structures tridimensionnelles menés par E. Yablonovitch méritent notre attention. Dans l'espoir d'améliorer l'efficacité des lasers, il s'est intéressé à la façon dont il pouvait empêcher l'émission spontanée dans les lasers à semi-conducteurs [27]. Pour ce faire, il a conçu une structure présentant une périodicité spatiale dont il a fixé la période à exactement la moitié de la longueur d'onde, et ce, dans toutes les directions de l'espace. L'histoire retient généralement de lui sa célèbre « Yablonovite » représentée sur la figure 1.4(a), une des premières structures avec une bande interdite photonique 3D dans le domaine des micro-ondes qu'il a fabriquée en 1993 [28]. Elle est obtenue en perçant des trous dans du plexiglas selon trois angles azimutaux séparés de 120° et faisant un angle de 35° par rapport à la normale. En photonique, il s'agit de l'analogue du diamant. Plus précisément, on remarque que ces cristaux sont formés de deux réseaux cubiques à face centrée (cfc) décalés l'un par rapport à l'autre d'un quart de la diagonale principale du cube : on parle de réseaux cfc à deux atomes par maille.

Autre cristal photonique tridimensionnel bien connu : la structure « Tas de bois ». Cette dernière est obtenue grâce à un empilement de tiges diélectriques rectangulaires ou circulaires. Les deux niveaux consécutifs sont perpendiculaires et les deux plans consécutifs de tiges parallèles sont décalés d'une demi-période. Dans le domaine des micro-ondes, de telles structures ont été réalisées soit à l'aide de tiges d'alumine, soit à l'aide de silicium. Dans ce cas, des grilles gravées sont empilées les unes sur les autres en les faisant pivoter de 90° à chaque étage tout en préservant l'alignement de l'ensemble de la structure [30]. L'exemple de la figure 1.4(b) est obtenu en déposant des rubans de silicium polycristallins dans des

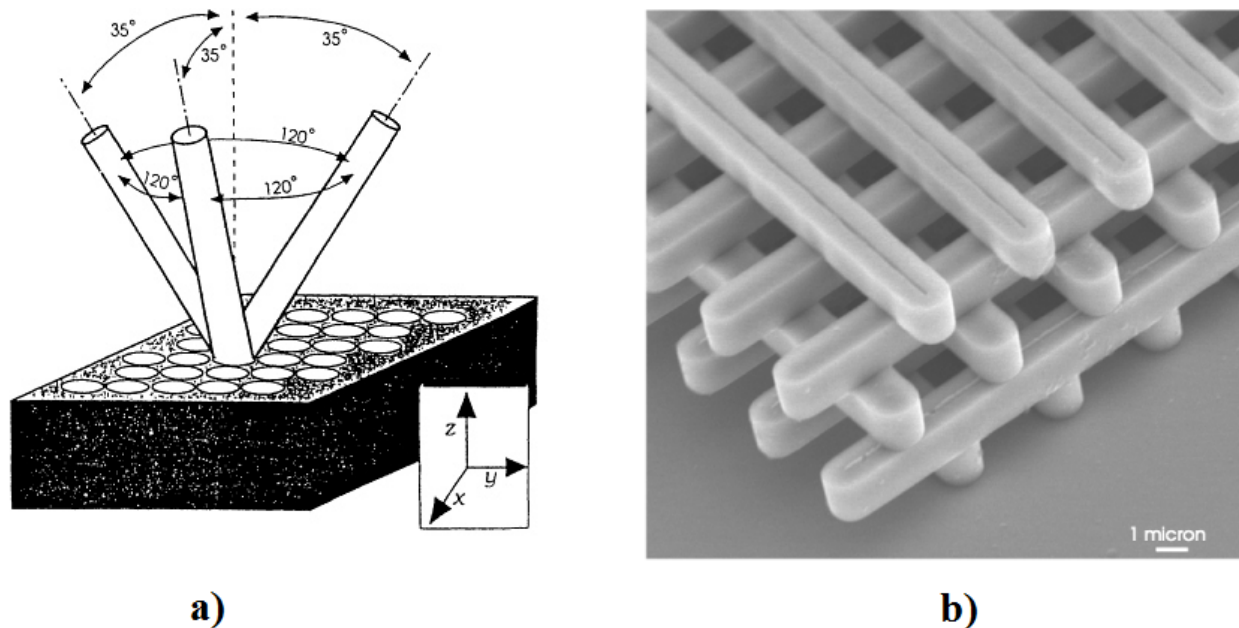


FIGURE 1.4 – Deux exemples célèbres de cristaux photoniques tridimensionnels. a) Schéma de la Yablonoite, structure 3D pour les micro-ondes fabriquée en 1993 par E. Yablonoitch en perçant des trous dans du plexiglas selon trois angles azimutaux séparés de 120° et faisant un angle de 35° par rapport à la normale [28]. b) Structure « Tas de bois » obtenue en déposant par couches successives des rubans de silicium polycristallin dans des tranchées de silice. Après avoir bâti la structure, la silice est retirée pour obtenir un cristal photonique 3D Si/air [29].

tranchées de silice par couches successives. Une fois cette structure réalisée, la silice est ôtée afin d'obtenir un cristal photonique 3D Si/air dont le contraste d'indice est suffisant pour ouvrir une bande d'énergies interdites omnidirectionnelle [29].

Par extension à leurs travaux dans le domaine des micro-ondes et surtout à ceux réalisés aux longueurs d'onde de l'optique, les chercheurs ont porté leur attention principale sur les cristaux photoniques bidimensionnels, car de fabrication plus facile que les structures tridimensionnelles. Tout comme cela se fait dans le domaine de l'électronique, on se rend bien compte que ceux-ci seraient beaucoup plus adaptés pour une intégration au sein de dispositifs réalisés à l'échelle nanométrique. On est encore loin de ce que l'on pourrait appeler le « tout-photonique », mais les chercheurs se penchent de plus en plus, à l'heure actuelle, sur des dispositifs qui mêleraient électronique et photonique. Preuve en est si l'on regarde les résultats remarquables déjà obtenus sur les microguides, les microcavités et les microlasers à cristal photonique. Ces derniers résultats sont porteurs d'espoir et portent à croire que beaucoup de résultats tout aussi intéressants restent à découvrir dans le domaine de la photonique.

L'ensemble de ces résultats a pu être obtenu car il a fait suite à d'importantes études théoriques portant notamment sur l'étude de la relation de dispersion ainsi que la propagation d'ondes électromagnétiques et plus particulièrement sur leur direction et leur vitesse.

1.2 Relation de dispersion

Dans le vide, en prenant comme solution à l'équation d'onde, une onde plane se propageant avec le vecteur d'onde \mathbf{k}_v , on a

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cdot \exp(i(\mathbf{k}_v \cdot \mathbf{r} - \omega t)) \quad (1.2)$$

où \mathbf{E} représente le champ électrique et ω la pulsation de l'onde se propageant suivant la direction du vecteur d'onde \mathbf{k}_v . On peut alors résoudre l'équation d'onde

$$-\mathbf{k}_v \mathbf{E} + \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \mathbf{E} = 0$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide et μ_0 la perméabilité du vide. De cette équation, découle l'équation de dispersion dans le vide

$$k_v^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$$

dont on peut tirer l'expression du module du vecteur d'onde dans le vide

$$|\mathbf{k}_v| = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_v} \quad (1.3)$$

où $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \approx 3 \cdot 10^8$ m/s est la vitesse de propagation de la lumière dans le vide, $\lambda_v = c/\nu = c \cdot T$ est la longueur d'onde dans le vide, ν la fréquence et T la période.

Dans un milieu, la forme de la relation de dispersion est identique

$$k^2 = \omega^2 \epsilon' \mu \quad (1.4)$$

Il faut noter que si le matériau considéré présente des pertes, les composantes ϵ' et μ seront complexes, ce qui aura pour conséquence que le vecteur d'onde \mathbf{k} le sera également. La propagation de l'onde est alors décrite par la partie réelle de ce vecteur. Quant à la partie imaginaire, elle traduit l'atténuation que subit l'onde dans le milieu.

1.3 Diagramme de bandes et surfaces iso-fréquences

De la même manière qu'un potentiel périodique dans un cristal semi-conducteur affecte le déplacement des électrons, les cristaux photoniques modifient la propagation des ondes électromagnétiques en créant des bandes d'énergie autorisées et interdites. Les longueurs d'ondes pouvant se propager dans le cristal se nomment des modes, et les groupes de modes autorisés s'appellent des « bandes ». L'absence de modes propagatifs des ondes électromagnétiques dans de telles structures, dans une plage de fréquences ou de longueurs d'onde, est alors qualifiée de bande interdite. Cette modélisation conduit à parler de bandes d'énergie ou de structure de bandes. Elle synthétise l'ensemble des diagrammes de dispersion $\omega(\mathbf{k})$ du cristal photonique [31]. Pour être exhaustif, il faudrait considérer, pour chaque cristal, toutes les directions de propagation possibles. Cependant, nous verrons que moyennant certaines symétries du cristal, l'étude peut se limiter aux vecteurs \mathbf{k} situés à l'intérieur d'une zone restreinte appelée zone de Brillouin irréductible. La complexité du diagramme dépend de la dimension du cristal considéré (1D, 2D ou 3D). Le calcul d'un diagramme de bandes est le plus souvent réalisé à l'aide de la méthode générale des ondes planes qui reste la référence pour le calcul

des bandes interdites dans les cristaux photoniques [32]. Elle s'appuie sur les équations de Maxwell (voir chapitre 2) et sur le théorème de Floquet-Bloch [31]. Selon que l'on considère le champ électrique ou le champ magnétique, il existe deux principales méthodes de résolution :

- la méthode E,
- la méthode H.

La différence entre ces deux méthodes est dans le calcul de la transformée de Fourier de la constante diélectrique. La méthode E consiste à appliquer le théorème de Floquet-Bloch à l'équation 1.5 issue des équations de Maxwell

$$\nabla \wedge [\nabla \wedge \mathbf{E}] = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r(x, y, z) \mathbf{E} \quad (1.5)$$

On obtient alors l'équation 1.6,

$$\forall \mathbf{G} \in G, \quad (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \wedge [(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \wedge \mathbf{E}(\mathbf{G})] + \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}' \in G} \hat{\epsilon}_r(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \mathbf{E}(\mathbf{G}') = 0 \quad (1.6)$$

où \mathbf{G} est une combinaison linéaire des vecteurs de base du réseau réciproque et G l'ensemble de ces vecteurs. Ce système infini d'équations aboutit à un système matriciel infini dont les inconnues sont les composantes des vecteurs $\mathbf{E}(\mathbf{G}')$ avec $\mathbf{G}' \in G$. La résolution de ce système matriciel permet d'obtenir les relations de dispersion cherchées, i.e. les relations entre ω et k . Il est inutile d'obtenir ces relations sur tout l'espace des \mathbf{k} , nous pouvons nous restreindre à une zone appelée zone de Brillouin irréductible.

1.3.1 La zone de Brillouin irréductible

La première zone de Brillouin est la cellule élémentaire de l'espace réciproque où les points sont plus proches de l'origine que de tous les autres nœuds du réseau périodique. Les figures 1.5 et 1.6 montrent différents exemples de cristaux photoniques ainsi que les zones de Brillouin irréductibles correspondantes. Dans les cas 1D et 2D, la première zone de Brillouin s'obtient

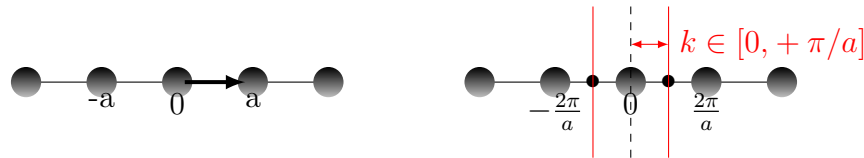


FIGURE 1.5 – Exemple de cristal photonique unidimensionnel (à gauche) et zone de Brillouin correspondante (à droite). L'intervalle $[-\frac{\pi}{a}; +\frac{\pi}{a}]$ est la première zone de Brillouin et $[0; +\frac{\pi}{a}]$ la zone de Brillouin irréductible.

en traçant les médiatrices des segments joignant l'origine aux nœuds les plus proches du réseau réciproque. À partir du domaine ainsi délimité, on peut couvrir tout l'espace réciproque grâce aux translations de vecteurs $\mathbf{G} \in G$. Autrement dit, il suffit de faire évoluer \mathbf{k} dans ce domaine pour représenter l'ensemble des courbes de dispersion du cristal. Ce domaine d'évolution de \mathbf{k} peut encore être réduit en mettant à profit les symétries du cristal. Dans le cas 1D, la symétrie du cristal par rapport à l'origine a pour conséquence que, si une onde de vecteur \mathbf{k} et de fréquence ω est solution du problème, alors l'onde se propageant en sens

opposé, de vecteur $-\mathbf{k}$ et de même fréquence, l'est aussi. On peut ainsi restreindre l'intervalle d'étude à $[0; +\frac{\pi}{a}]$ au lieu de $[-\frac{\pi}{a}; +\frac{\pi}{a}]$ où a est le pas du réseau.

Considérons maintenant le cristal bidimensionnel à symétrie carrée. Cette structure réa-

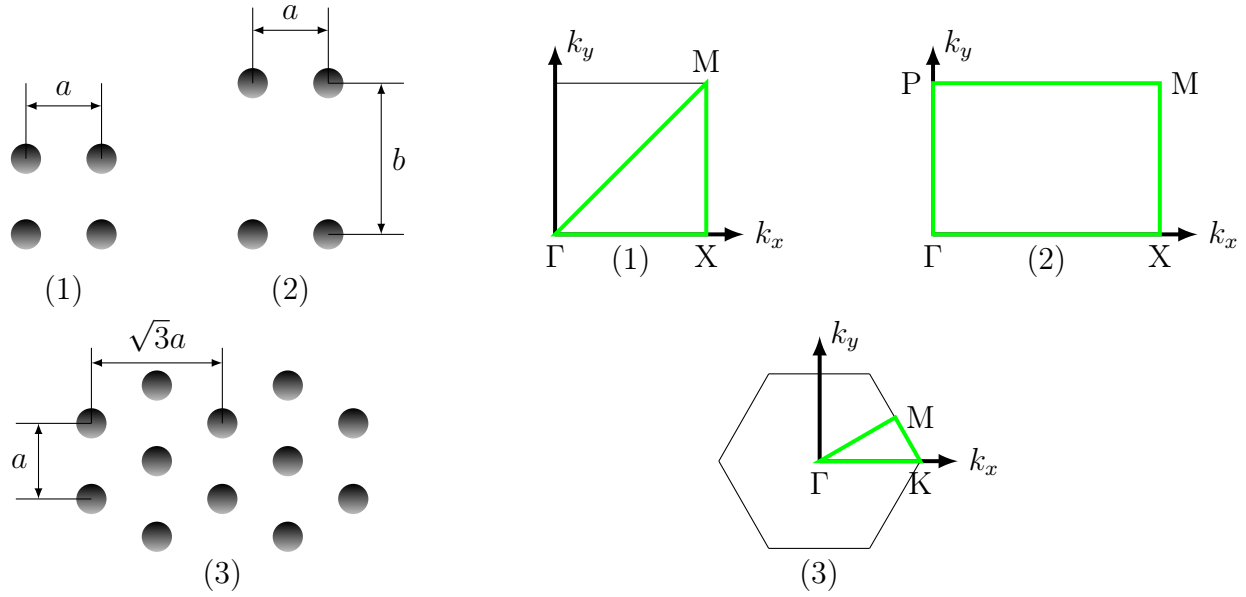


FIGURE 1.6 – Cristaux photoniques bidimensionnels à symétries (1) carrée, (2) rectangulaire et (3) triangulaire avec leurs zones de Brillouin irréductibles correspondantes (en trait vert).

lisée à partir de tiges diélectriques ou métalliques supposées infinies comporte 4 axes de symétrie qui se déduisent les uns des autres par des symétries de $\pi/4$. Le réseau réciproque est aussi un réseau carré et la première zone de Brillouin est définie par

$$-\frac{\pi}{a} \leq k_x \leq \frac{\pi}{a} \quad \text{et} \quad -\frac{\pi}{a} \leq k_y \leq \frac{\pi}{a}$$

Il a été montré que l'intervalle d'étude de \mathbf{k} peut encore être réduit en utilisant les différentes symétries de la structure. Finalement, l'intervalle d'étude des valeurs de \mathbf{k} se ramène à un triangle isocèle rectangle dont les deux côtés égaux ont pour longueur π/a . Les points $\Gamma(0,0)$, $X(\frac{\pi}{a}, 0)$ et $M(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a})$ désignent les trois sommets du triangle qui constitue la zone de Brillouin irréductible du réseau carré. Dans l'étude des diagrammes de dispersion, on se limite en général aux trois côtés du triangle.

Dans le cas d'un cristal bidimensionnel à symétrie rectangulaire de longueur a et de largeur b , le réseau réciproque est également un réseau rectangulaire et la première zone de Brillouin est un rectangle dont la longueur est de π/a et la largeur π/b [33]. Les sommets sont habituellement désignés par $\Gamma(0,0)$, $X(\frac{\pi}{a}, 0)$, $M(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{b})$ et $P(0, \frac{\pi}{b})$. Là aussi, dans l'étude des diagrammes de dispersion, on se limite aux quatre côtés du rectangle [34].

Dans le cas d'un cristal bidimensionnel à symétrie hexagonale, le réseau réciproque est aussi un réseau hexagonal et la première zone de Brillouin est un hexagone. Dans ce cas, on a six axes de symétrie qui se déduisent les uns des autres par des rotations de $\pi/6$ avec une invariance par rotation de $\pi/3$. On montre que le zone de Brillouin irréductible est un demi-triangle équilatéral dont les sommets sont habituellement désignés par $\Gamma(0,0)$, $K(\frac{4\pi}{3a}, 0)$ et

$M(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{\sqrt{3}a})$. Comme pour le premier cas, notons que dans l'étude des diagrammes de dispersion, on se limite aux trois côtés du triangle.

1.3.2 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques bidimensionnels

La figure 1.7 montre un exemple de diagramme de bandes où est illustré le lien entre les courbes de dispersion et les vitesses de phase et de groupe (voir partie 1.4) dans le cas d'un cristal photonique bidimensionnel de symétrie carrée. Pour une onde plane (ou un paquet d'ondes) se propageant dans une direction donnée (par exemple $\Gamma - X$) à la fréquence ω , il n'existe *a priori* qu'une solution possible pour k située sur l'une des courbes de dispersion. La vitesse de phase v_ϕ s'obtient donc à partir du rapport ω/k au point correspondant de la courbe de dispersion. La vitesse de groupe v_g s'obtient à partir de la tangente à la courbe de dispersion en ce même point. On obtient ainsi les deux situations possibles pour la vitesses de groupe, à savoir, positive ou négative. Les diagrammes de dispersion fournissent les relations

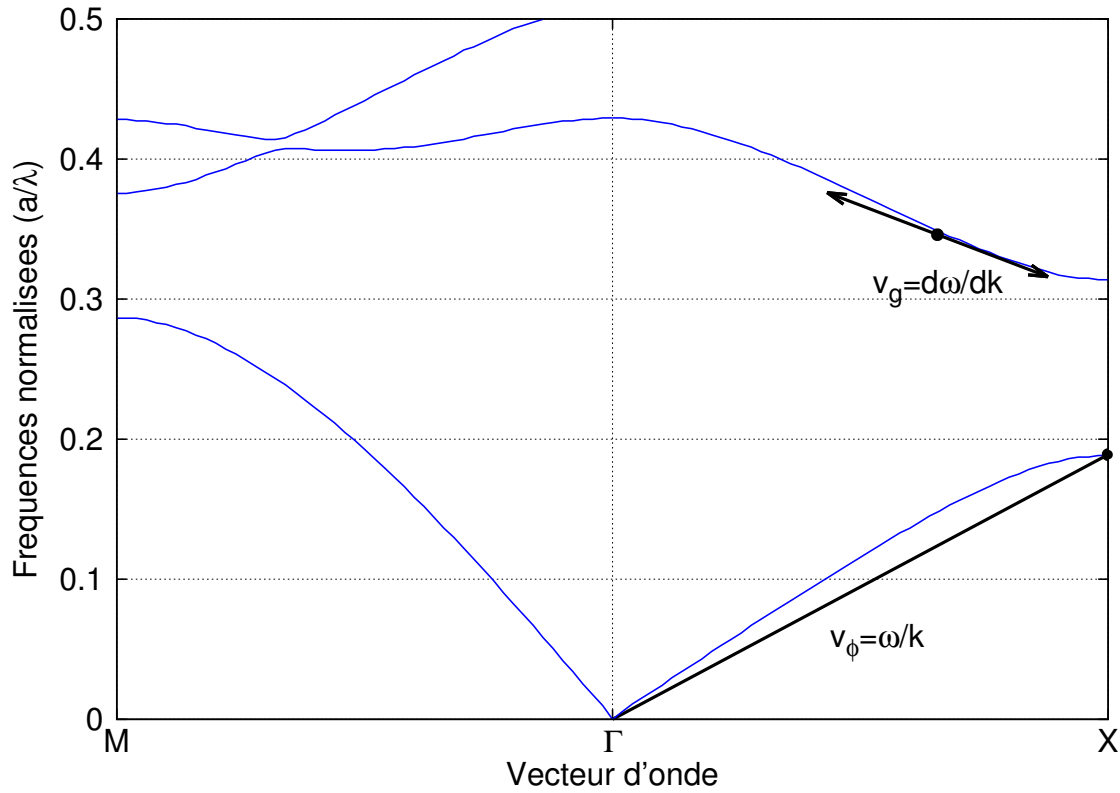


FIGURE 1.7 – Structure de bandes d'un cristal photonique 2D à maille carrée où sont représentées graphiquement les vitesses de phase v_ϕ et de groupe v_g pour une onde plane se propageant dans la direction $\Gamma - X$. En un point de la courbe de dispersion, la vitesse de phase s'obtient à partir du rapport ω/k et la vitesse de groupe à partir de la tangente à la courbe.

$\omega(\mathbf{k})$ pour les différentes directions de propagation des ondes. Il est possible de remonter aux indices de phase et de groupe à partir de ces diagrammes en utilisant les relations 1.10, 1.11, 1.14 et 1.15 que l'on présente dans la partie 1.4 [35].

1.3.3 Courbes et surfaces iso-fréquences

Les courbes iso-fréquences donnent une représentation graphique de la relation de dispersion dans un cristal photonique. On les utilise pour connaître la direction de propagation d'une onde transmise selon l'angle d'incidence d'une onde excitatrice sur ce cristal. Les surfaces iso-fréquences, d'où sont issues les courbes iso-fréquences, donnent une représentation complète de la relation de dispersion $\omega = \omega(\mathbf{k})$ car cette fois-ci on ne considère pas seulement le contour de la zone de Brillouin irréductible mais la zone de Brillouin complète. En effet, toutes les valeurs possibles du couple $(k_x; k_y)$ de la zone de Brillouin non réduite sont considérées. Cela permet de connaître les propriétés d'isotropie dans un réseau à une fréquence donnée.

1.4 Vitesses et indices de phase et de groupe

1.4.1 Vitesses de phase et de groupe

Les notions de vitesses de phase et de groupe évoquées ici sont inspirées du chapitre 6 de [31]. Dans le cas simple d'un milieu linéaire, homogène et isotrope, la propagation d'une onde monochromatique est régie par l'équation d'onde. Les ondes monochromatiques planes, dont la distribution de champ est sinusoïdale dans le temps et dans l'espace, représentent les solutions les plus élémentaires de cette équation d'onde. On appelle « vitesse de phase » la vitesse de propagation d'une telle onde car elle est le reflet de la vitesse de déplacement d'un point de l'espace associé à une valeur de phase fixée. En considérant que l'expression de la phase est de la forme

$$\phi(x, t) = \omega t - k_0 x + \phi_0 \quad (1.7)$$

on en déduit la vitesse de phase en écrivant que la phase reste inchangée après un déplacement Δx sur une durée Δt

$$\omega t - k_0 x + \phi_0 = \omega(t + \Delta t) - k_0(x + \Delta x) + \phi_0 \quad (1.8)$$

soit

$$\omega \Delta t = k_0 \Delta x \quad (1.9)$$

d'où

$$v_\phi = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{k_0} \quad (1.10)$$

De par leur uniformité à la fois dans le temps et dans l'espace, les ondes monochromatiques ne peuvent pas transmettre la moindre information. En effet, elles occupent tout l'espace ($x \in]-\infty; +\infty[$) et s'étendent depuis le début jusqu'à la fin des temps ($t \in]-\infty; +\infty[$). De telles ondes ne peuvent pas exister dans la réalité. Ainsi, pour transmettre une information et

donc un signal optique, on modifie l'amplitude ou la phase de l'onde monochromatique. En fait, le signal proprement dit (donc l'énergie lumineuse) se propage à la vitesse de groupe [31]

$$v_g = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k} \right)_{k=k_0} \quad (1.11)$$

Dans l'espace des longueurs d'onde, on peut relier la vitesse de groupe à la vitesse de phase. Partant de la relation 1.11 avec $\omega = k \cdot v_\phi$ et $k = 2\pi/\lambda$, on aboutit alors à la formule de Rayleigh

$$v_g = v_\phi - \lambda \frac{\partial v_\phi}{\partial \lambda} \quad (1.12)$$

Cette formule montre que la vitesse de groupe peut être positive ou négative suivant la courbure de la bande considérée tout en étant, en valeur absolue, plus ou moins grande que la vitesse de phase. Il n'est pas abstrait de parler de vitesse de groupe négative. En effet, celle-ci peut, par exemple, être mise à profit dans des tubes électroniques appelés « carcinotrons » ou *Backward Wave Oscillator* qui sont utilisés pour la génération de micro-ondes et d'ondes millimétriques. Dans le cas plus général des cristaux photoniques bidimensionnels et tridimensionnels, si la vitesse de phase v_ϕ d'une onde plane s'obtient bien à partir du rapport ω/k pour une direction donnée du vecteur d'onde k , rien n'indique que la vitesse de groupe v_g d'un paquet d'ondes soit colinéaire avec la vitesse de phase. La formule algébrique 1.11 donnant la vitesse de groupe doit alors être remplacée par la relation vectorielle suivante [2]

$$\mathbf{v}_g = \nabla_k \omega(\mathbf{k}) \quad (1.13)$$

La vitesse de groupe est donc portée par la normale à la surface iso-fréquence ($\omega(\mathbf{k}) = \omega = \text{constante}$) au point de coordonnées (k_x, k_y, k_z) . La formule donnant l'indice de groupe n_g est identique à celle de la relation 1.12 à condition de prendre la valeur algébrique de v_g , le signe étant positif ou négatif selon que \mathbf{v}_g est orientée vers l'extérieur ou l'intérieur du contour de la surface iso-fréquence.

1.4.2 Indices effectifs de réfraction de phase et de groupe

Les indices de réfraction de phase et de groupe se déduisent respectivement des vitesses de phase et de groupe par de simples relations qui sont

$$n_\phi = c/v_\phi \quad (1.14)$$

$$n_g = c/v_g \approx n_\phi - \lambda \frac{\partial n_\phi}{\partial \lambda} \quad (1.15)$$

Néanmoins, pour des longueurs d'onde comparables à la période de la structure, il n'est pas établi mathématiquement que l'approximation d'un cristal comme un matériau homogène soit vraie. Cependant, des simulations numériques de propagation ainsi que des expériences montrent que, dans certaines conditions, une structure périodique se comporte comme un bloc de matériau optique uniforme, à l'exception de ses interfaces où des effets de diffraction sont toujours possibles. Ce cas de figure se rencontre souvent lorsque la fréquence tend vers celle d'un bord de bande interdite. Pour un cristal photonique bidimensionnel, la courbe iso-fréquence se rapproche alors d'un cercle. Si la vitesse de groupe est négative (i.e. que l'on a une pente négative), alors l'indice effectif de réfraction (voir chapitre 3) sera, lui aussi, négatif. L'attribution d'un indice effectif permet toujours de faciliter la description de la propagation d'ondes dans ces structures.

1.5 Propriétés de dispersion de la lumière dans les cristaux photoniques

Les cristaux photoniques ont tout d'abord été utilisés dans le but d'en exploiter leurs bandes interdites photoniques et des résultats remarquables ont été obtenus. En s'intéressant de plus près à ce qui se passe aux longueurs d'ondes situées dans les bandes permises, on note dès lors l'apparition de propriétés tout aussi remarquables de la dispersion de la lumière. Il s'agit, entre autres, des effets de super-prisme, de ralentissement de la lumière, d'ultra-réfraction, de super-collimation ou encore de réfraction négative. Ces propriétés permettent d'envisager de nouvelles fonctions optiques et de nouveaux dispositifs. Aujourd'hui, ce sont les effets de réfraction négative qui suscitent un très grand intérêt de la communauté scientifique. Cette dernière s'intéresse plus particulièrement à ce que l'on appelle des « méta-matériaux », classe de matériaux différente des cristaux photoniques. Ceux-ci permettent de contrôler simultanément la permittivité diélectrique et la perméabilité diélectrique.

La périodicité de la structure, son anisotropie et le fort contraste d'indice entre le matériau et l'air sont les caractéristiques des cristaux photoniques qui interviennent dans l'obtention de ces propriétés originales. La périodicité du cristal et l'existence de bandes interdites photoniques se traduisent par une forte courbure de la relation de dispersion du cristal au voisinage de ces bandes.

La direction de propagation d'un faisceau de lumière dans tout milieu est définie par la vitesse de groupe donnée par l'équation 1.13. Il s'agit de la direction du vecteur de Poynting ($\propto \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}$) ou encore du flux d'énergie moyenné dans le temps. Dans un milieu homogène et isotrope, la direction du vecteur de cette vitesse de groupe coïncide avec celle du vecteur d'onde. Si, de plus, le milieu est non dispersif, il est alors possible d'adopter la vision simple de l'optique géométrique où la propagation de l'énergie électromagnétique est représentée par celle d'un rayon lumineux associé au vecteur d'onde \mathbf{k} dans un milieu d'indice unique n . Le passage d'un milieu homogène d'indice n_1 à un autre milieu homogène d'indice n_2 dépend alors de l'angle d'incidence par rapport au plan de l'interface. La condition d'excitation de l'onde transmise à l'interface implique que la composante du vecteur d'onde parallèle à l'interface (k_{\parallel}) soit conservée de part et d'autre. Cette condition conduit à la relation de Snell-Descartes,

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (1.16)$$

où θ_1 est l'angle formé entre la direction du vecteur d'onde incident et la normale à l'interface entre les deux milieux et θ_2 l'angle formé entre la direction du vecteur d'onde transmis et la normale à l'interface entre les deux milieux. Si toutes les hypothèses évoquées ici sont vérifiées, les courbes iso-fréquences des deux milieux sont des cercles dont le rayon est déterminé par le module du vecteur d'onde dans le milieu défini par $n \cdot \omega/c$.

En bord de bande interdite, une forte courbure des caractéristiques de dispersion du cristal peut être observée. C'est précisément à ces longueurs d'ondes particulières que la lumière peut se retrouver considérablement réduite. Par exemple, Yuri A. Vlasov [36] a mis en évidence un ralentissement de la lumière (plus précisément de la vitesse de groupe) par un facteur d'environ 100 dans des guides d'onde à cristal photonique. En ralentissant la lumière, on renforce son interaction avec le matériau et on exalte des non linéarités optiques.

Dans ce qui suit, nous nous intéressons désormais au cas des cristaux photoniques anisotropes. Dans cette situation, les courbes iso-fréquences peuvent avoir des formes variées bien éloignées de celle d'un simple cercle (cas d'un matériau isotrope). De nombreuses situations peuvent alors se produire lorsqu'une onde électromagnétique traverse l'interface entre un cristal photonique et un matériau homogène. Plusieurs de ces situations sont représentées sur la figure 1.8 en parallèle avec la « construction » de l'onde transmise à partir des courbes iso-fréquences. Nous présentons quelques effets de réfraction rencontrés dans les cristaux photoniques. L'effet de « super-prisme » peut être observé en se positionnant au niveau d'un

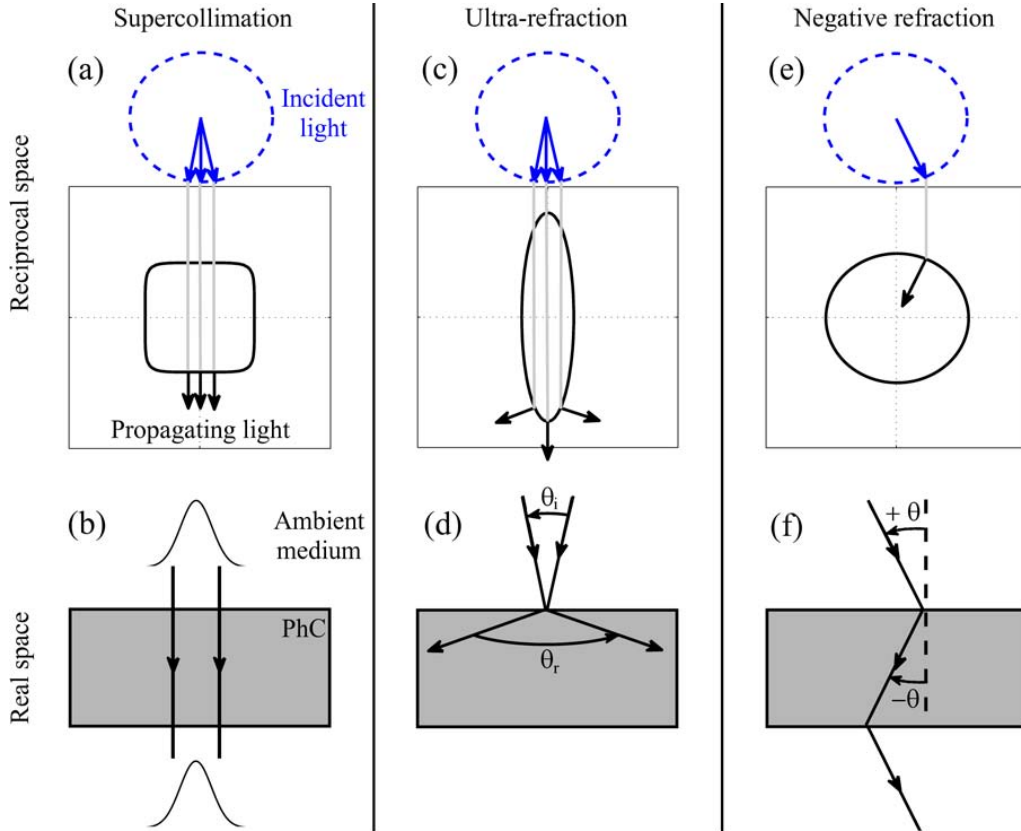


FIGURE 1.8 – Différentes situations de réfraction rencontrées dans les cristaux photoniques. À gauche : la super-collimation ; au centre : l'effet super-prisme ; à droite : la réfraction négative. Pour chaque situation, les espaces réel et réciproque (espace des k) sont représentés. Les composantes du vecteur d'onde de l'onde incidente sont représentées en bleu. Le milieu de propagation est supposé isotrope, d'où la présence de courbes iso-fréquences circulaires. Les lignes grises sont les lignes de construction obtenues en respectant le principe de conservation de la composante tangentielle du vecteur d'onde à l'interface entre les milieux. Enfin, la direction de propagation de la vitesse de groupe dans le cristal photonique est représentée par les flèches noires (dans les espaces réel et réciproque). Elles sont normales aux courbes iso-fréquences [37].

point anguleux du contour iso-fréquence. Cet effet se traduit par le fait qu'une faible variation de l'angle d'incidence va conduire à une importante déviation angulaire [38]. L'effet inverse, dit effet de « super-collimation », s'observe aux longueurs d'ondes pour lesquelles les courbes iso-fréquences sont plates dans la direction considérée. Dans de telles conditions, une onde électromagnétique fortement divergente se retrouvera collimée [39].

1.5.1 L'effet super-prisme

S.-Y. Lin a été un des premiers chercheurs à mettre en évidence une forte dispersion chromatique au sein des cristaux photoniques. À partir d'une variation relative de fréquence de 30%, il est parvenu à mettre en évidence une variation d'indice effectif de 20%. S'en est suivi de nombreuses études théoriques et expérimentales [2, 33, 38, 40–43]. Parmi celles-ci, certaines ont particulièrement retenu notre attention. Par exemple, celles de H. Kosaka, qui, en mettant à profit à la fois l'anisotropie du cristal photonique et les effets de réfraction négative, a réussi à mettre en évidence les effets de « super-prisme » avec des résultats vraiment remarquables. En effet, il a montré qu'une variation de longueur d'onde de seulement 1% entraînait une déviation angulaire de 50°.

Une autre étude mérite d'être citée. Il s'agit de celle de T. Baba qui a réussi, quant à lui, à obtenir une déviation angulaire de 50° pour une variation soit de la longueur d'onde de seulement 2%, soit de l'angle d'incidence de seulement 2% [43]. Ce dernier cas correspond à celui présenté schématiquement sur les figures 1.8(c) et (d). Les conditions qui ont été choisies sont telles qu'il a suffi d'une légère variation de l'angle d'incidence pour obtenir un changement radical de la direction de la vitesse de groupe. Pour obtenir de telles conditions, son équipe s'est placée à des fréquences pour lesquelles les courbes iso-fréquences sont les plus déformées.

L'effet super-prisme est l'un des effets de diffraction le plus étudié. Il a suscité un grand intérêt pour réaliser des multiplexages spectralement ultra-sélectifs en longueur d'onde. Cette fonction est en effet une brique de base essentielle dans les circuits de traitement optique multi-longueurs d'ondes. Dans le domaine optique, i.e. pour des longueurs d'ondes $\lambda \sim 700$ nm, elle est réalisable à partir d'un prisme à cristaux photoniques de taille ~ 20 μ m. Il peut être envisageable de se servir de ce prisme dans la conception de spectromètres miniatures et ultra-compactes [44].

1.5.2 La super-collimation ou auto-collimation

Les effets de super collimation, quant à eux, semblent n'avoir suscité que des études essentiellement théoriques et peu de réalisations pratiques. La super-collimation (ou auto-collimation) se produit lorsque les courbes iso-fréquences du cristal photonique ont une courbure proche de zéro [39, 45, 46]. C'est un phénomène qui permet de propager une onde électromagnétique dont l'extension latérale est, à priori, finie sans divergence. Comme pour tous les autres effets que nous avons cité auparavant, cet effet de guidage est régi par les propriétés dispersives du cristal photonique. Une auto-collimation parfaite (en théorie) correspondrait au cas où la propagation d'une onde se ferait sans la moindre modification de son profil transverse, soit, en d'autres termes, sans qu'il n'y ait la moindre dispersion latérale d'énergie. Du point de vue des courbes iso-fréquences, cela reviendrait à ce que la normale à ces courbes pointe toujours, quelque soit le vecteur d'onde de l'onde incidente, dans la même direction sans dispersion (cf. figure 1.8). Des chercheurs ont récemment utilisé ces propriétés particulières des cristaux photoniques pour montrer la propagation de la lumière dans le proche infrarouge sur des distances de l'ordre du centimètre dans un cristal photonique bidimensionnel [47]. Celui-ci est constitué par un réseau carré de trous d'air dans du silicium dont l'indice de réfraction vaut $n_{\text{silicium}} = 3,5$. La taille de la maille élémentaire est $a = 350$ nm et les trous d'air ont pour rayon $r = 0,3 \cdot a$.

Une autre conséquence de la forme particulière des courbes iso-fréquences est le fait que les différents modes sont en phase les uns avec les autres dans la direction de propagation, ce qui permet de contrôler la lumière comme cela se fait avec les guides d'ondes à cristal photonique. En insérant des défauts structuraux dans ce cristal photonique, il est par exemple possible de créer des routeurs optiques [48], des séparateurs de faisceaux lasers [49] et d'autres dispositifs dont une revue est proposée dans [50].

1.5.3 La réfraction négative

Pour étudier ce phénomène, qui fera l'objet d'une étude et de simulations dans le chapitre consacré à la réalisation de lentilles à gradient d'indice, supposons une onde arrivant en incidence oblique et faisant un angle θ_1 par rapport à la normale à l'interface entre deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_2 . Cette onde est réfractée à cette interface et se propage dans le milieu d'indice n_2 dans la direction déterminée par la loi de Snell-Descartes que nous rappelons

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2). \quad (1.17)$$

Dans tout matériau conventionnel, on obtient alors la situation représentée sur la figure 1.9(a). Cela se produit pour la simple raison que l'indice de réfraction dans l'équation 1.17 est po-

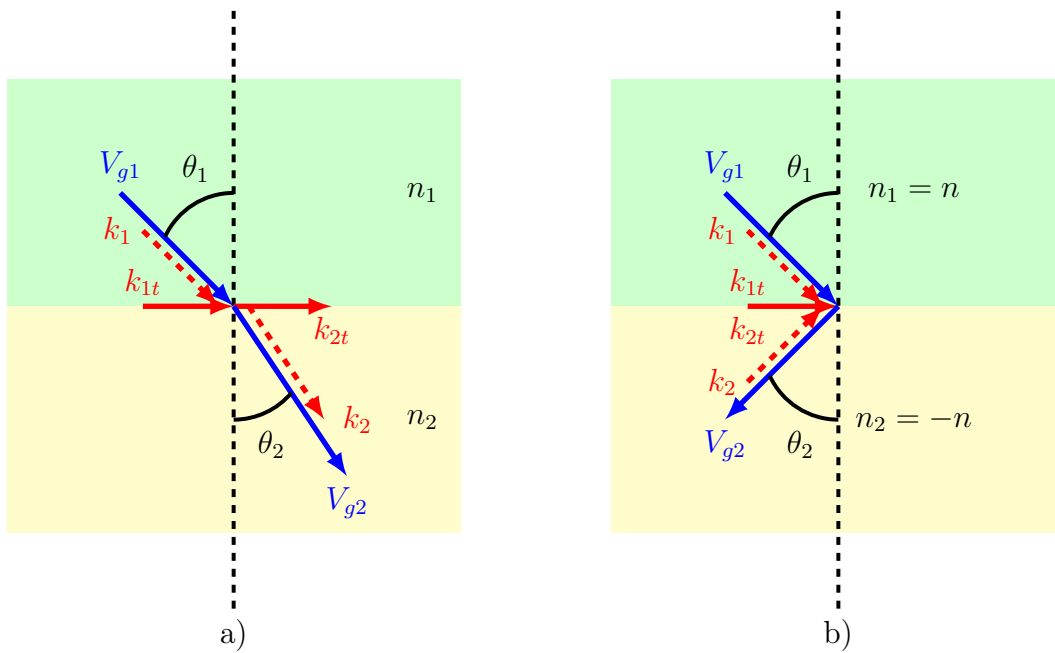


FIGURE 1.9 – Schémas des réfractions positive (à gauche) et négative (à droite). Dans les deux cas, le principe de conservation des composantes tangentielles des vecteurs d'ondes à l'interface entre les deux milieux est respectée. La réfraction négative se produit quand la direction de la vitesse de groupe est opposée à celle du vecteur d'onde transmis. Tiré de [51].

sitif. M. Notomi a montré, en 2000, que la situation présentée sur la figure 1.9(b) pouvait se rencontrer dans certains types de cristaux photoniques [2]. Dans de telles structures, l'équation 1.17 est toujours vérifiée mais, cette fois-ci, avec $n_2 < 0$. Ce phénomène de réfraction

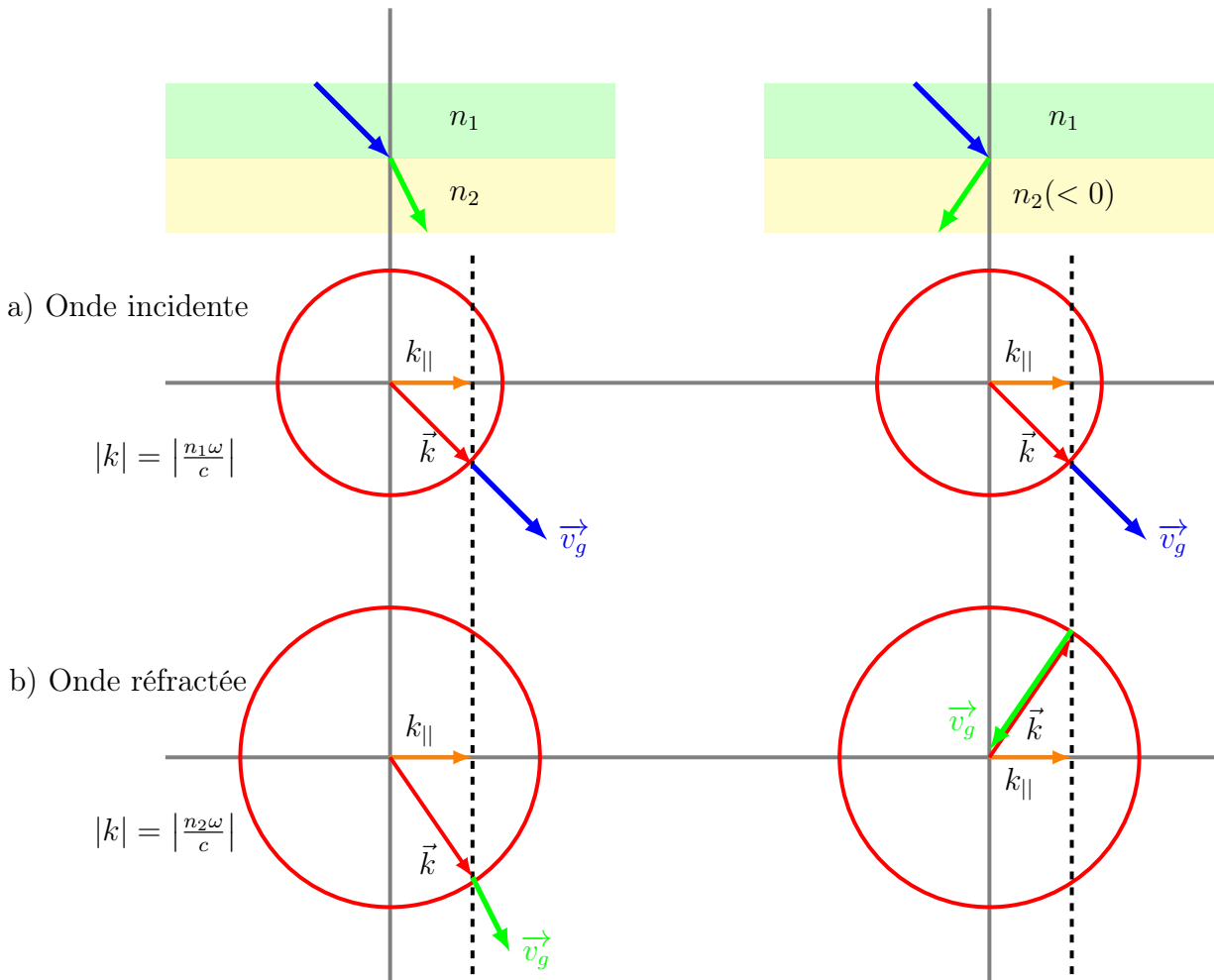


FIGURE 1.10 – Schémas montrant le principe de conservation de la composante tangentielle à l'interface entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 différents, tels que $|n_2| > |n_1|$ et isotropes : les courbes iso-fréquences sont circulaires pour les deux milieux. À gauche : cas conventionnel. À droite : cas de la réfraction négative. Tiré de [51].

négative s'explique par le principe de conservation de la composante tangentielle à l'interface entre deux milieux d'indice différents. Comme $\omega = c \cdot k/n$ dans les matériaux isotropes (hypothèse supposée vérifiée ici), \mathbf{k} doit être située sur le contour iso-fréquence, qui est un cercle de rayon $|k| = |n \cdot \omega/c|$, pour les deux milieux de propagation. Pour déterminer la direction du vecteur d'onde de l'onde transmise, en respectant le principe de conservation de la composante tangentielle $k_{||}$ à l'interface, on aboutit alors aux schémas de la figure 1.10. Sur le schéma de gauche, la direction de propagation de l'onde transmise est déterminée par la vitesse de groupe obtenue pour la vecteur d'onde \mathbf{k} déterminé. Compte-tenu de la relation 1.13 cette direction est normale à la courbe iso-fréquence. Elle est dirigée vers l'extérieur de ce contour car nous avons considéré que nous nous trouvions dans la première bande permise où $d\omega/dk > 0$ comme le montre la figure 1.7. Finalement, la construction graphique de la figure 1.10 à gauche est le reflet de l'équation 1.17.

On l'a vu, la direction de propagation d'une onde est déterminée par la relation entre la direction du flux d'énergie et le vecteur d'onde. Ces derniers sont normalement parallèles

ce qui a pour conséquence de produire une réfraction « normale ». *A contrario*, si ceux-ci sont anti-parallèles, alors il faut plutôt retenir la solution montrée par la figure 1.10 à droite, cas de la *réfraction négative*. *A priori*, il n'y a aucune loi physique qui s'oppose à ce que cette situation se produise. L'essence de ce phénomène de « réfraction négative » dans les cristaux photoniques est attribuée au fait qu'il est possible d'inverser la relation entre le flux d'énergie et le vecteur d'onde en manipulant la vitesse de groupe (donnée par $v_g = d\omega/dk$). C'est le cas dans la deuxième bande permise comme le montre la figure 1.7 où $d\omega/dk < 0$. En 2000, M. Notomi a montré qu'il était possible d'inverser le signe de la vitesse de groupe tout en gardant la propriété d'isotropie du matériau [2]. Cette découverte s'est déroulée à la même période que les travaux de J.B. Pendry sur des matériaux artificiels à perméabilité et permittivité simultanément négatives permettant d'obtenir un indice négatif. Des revues des différents travaux effectués dans ce domaine, de 1964 à 2006, sont disponibles [52–55], nous en proposons un résumé dans ce qui suit.

Les travaux de J.B. Pendry ont fait suite à ceux effectués par V. Veselago, en 1964, où il se demandait, d'un point de vue conceptuel, quelles propriétés aurait un matériau dont la permittivité et la perméabilité seraient simultanément négatives dans la même gamme de fréquence [56]. Il en est arrivé à la conclusion qu'à partir de la loi de Snell-Descartes et des relations de passages entre deux milieux, l'indice d'un tel milieu devait être négatif. Ainsi, lors du passage d'un milieu d'indice positif à négatif (ou inversement), tout rayon devait théoriquement être réfracté du même côté de la normale au plan d'incidence (dans un dioptré classique, le rayon « traverse » la normale à la réfraction). Cependant, l'absence de matériaux à perméabilité négative rendait, à cette époque, impossible la démonstration expérimentale de ses résultats et le sujet resta oublié jusqu'à ce qu'ils soient repris par J.B. Pendry. Il s'est lancé sur le sujet en 1990 et réalisa des travaux sur des réseaux de fils métalliques [57, 58] et sur des résonateurs en forme d'anneaux coupés [59]. Ces deux types de milieux sont constitués de résonateurs dont les tailles caractéristiques sont très inférieures à la longueur d'onde incidente et permettent d'obtenir respectivement une permittivité et une perméabilité négative dans la gamme micro-onde. Les matériaux possédant de telles caractéristiques sont appelés *méta-matériaux*.

C'est en 2000 que l'équipe de D.R. Smith de l'Université de Californie à San Diego a fabriqué le premier matériau artificiel à permittivité et perméabilité simultanément négatives dans le domaine des micro-ondes en combinant les deux structures précédemment proposée par J.B. Pendry [60]. Le matériau artificiel était composé d'un réseau 2D de fils conducteurs avec des doubles résonateurs en anneau coupé, le tout étant réalisé sur des circuits imprimés (on peut également s'intéresser aux résultats, sur des travaux similaires, de E. Ozbay obtenus en 2008 [61]). J.B. Pendry poussa un peu plus loin les travaux de Veselago, en examinant la cette fois la transmission et la réflexion d'une lame à face parallèle d'indice $n = -1$ [62], l'idée étant qu'une telle lentille plate, qu'il appelle « super-lentille », devait imager les ondes évanescentes excitées par une source optique et donc assurer une résolution meilleure que celle imposée par la limite de diffraction, i.e. une résolution inférieure à la longueur d'onde (cela est le cas, par exemple, de l'équipe de M.C.K. Wiltshire qui annonce une résolution de $\lambda/64$ [63]) (c.f. figure 1.11). En effet, une importante limitation des systèmes d'imagerie usuels est leur limite de résolution, de l'ordre de la moitié de la longueur d'onde : si deux points sources ont une distance inférieure à cette limite, il n'est pas possible de différencier leurs images dès que la distance entre l'image et la source est de l'ordre de quelques longueurs d'onde. Ceci est dû aux ondes évanescentes qui ne peuvent être restituées au niveau de l'image

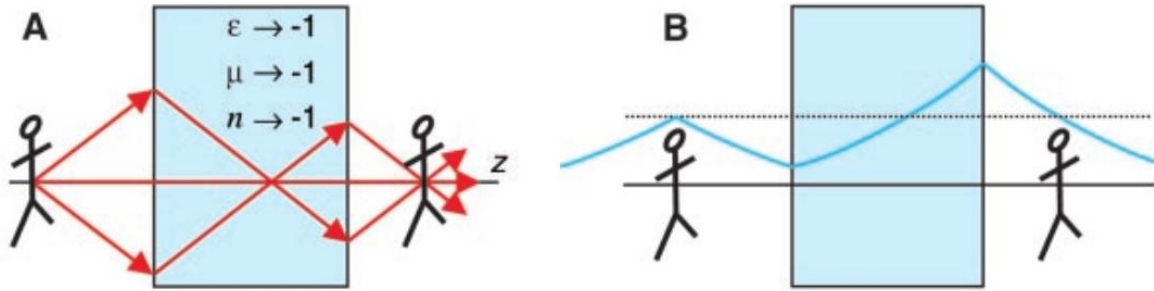


FIGURE 1.11 – Schéma illustrant le principe d'une super-lentille . Le champ lointain (A) ainsi que le champ évanescent (B) issus de l'objet sont focalisés au même point image donnant ainsi, dans le principe, une image de résolution idéale [64].

en raison de leur décroissance exponentielle. Avec la « super-lentille » de J.B. Pendry, on a une situation très différente : à l'intérieur de la lentille, les composantes évanescentes sont exaltées. Au niveau du point image, elles retrouvent le niveau qu'elles avaient au point source. En d'autres termes, de la même façon que les composantes propagatives, elles contribuent à la formation de l'image, qui devient ainsi une image « parfaite ».

Suite à ces découvertes, de nombreux chercheurs ont cherché à mettre en évidence le phénomène de réfraction négative à partir de prismes à angle droit [65–68], de méta-matériaux à structure labyrinthique [69] et obtenir des résultats similaires avec des cristaux photoniques [9, 70–102]. Parmi ces résultats, nous nous sommes intéressés plus particulièrement à ceux obtenus par N. Fabre *et al* [101]. À l'aide d'une technique de microscopie en champ proche, ils montrent la focalisation de la lumière après son passage à travers une lentille plate à cristal photonique conçue et fabriquée pour fonctionner à des fréquences situées dans le domaine optique. Pour la longueur d'onde de $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ (longueur d'onde couramment utilisée dans les télécommunications), son équipe a utilisé un cristal photonique constitué d'un arrangement périodique selon un maillage triangulaire de trous d'air dans un milieu d'indice effectif $n_{eff} = 3,26$. La polarisation choisie est transverse électrique (le champ magnétique est parallèle aux trous d'air). La figure 1.12 montre les structures de bandes ainsi que les courbes iso-fréquences dans la deuxième bande permise obtenues avec un facteur de remplissage d'air de 38%. Il faut remarquer que lorsque la fréquence augmente, le rayon des courbes iso-fréquences diminue, ce qui montre bien qu'il s'agit du cas d'une vitesse de groupe v_g négative et donc d'un indice effectif n_{eff} négatif. Compte-tenu de l'objectif recherché, i.e. réaliser une « super-lentille », la fréquence de fonctionnement marquée en rouge sur la figure 1.12 est de $a/\lambda = 0,307$ où a est le pas de la maille élémentaire. Avec $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$, le calcul donne alors un pas de $a = 476 \text{ nm}$ et des trous d'air de 350 nm. Leurs simulations ont finalement montré qu'ils pouvaient avoir un indice effectif de -1 pour une longueur d'onde de $\lambda = 1525 \text{ nm}$. Les résultats de simulation de la figure 1.13 mettent en évidence le trajet suivi par les ondes électromagnétiques dans le dispositif ainsi conçu. Le phénomène de réfraction négative est clairement visible, ce qui montre les capacités remarquables qu'offrent les cristaux photoniques dans la conception de lentilles à gradient d'indice négatif [103, 104]. C'est l'objet de l'étude faite dans le chapitre consacré à la conception de lentilles à gradient d'indice où nous cherchons un cristal photonique présentant une vitesse de groupe négative dans la seconde bande permise ainsi que des courbes iso-fréquences circulaires. Dans notre cas, la lentille conçue est prévue pour fonctionner dans le domaine des micro-ondes.

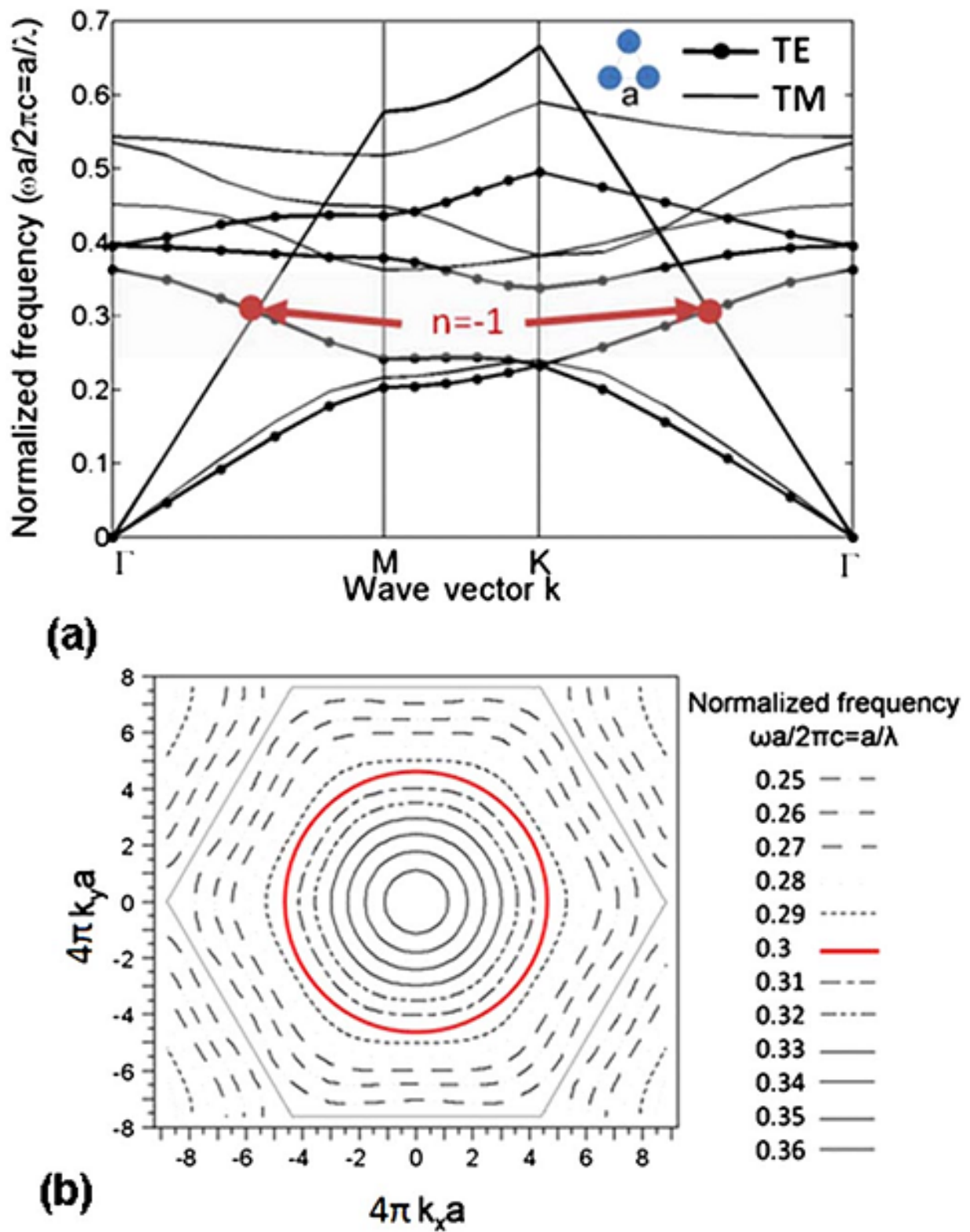


FIGURE 1.12 – (a) Structures de bandes et (b) courbes iso-fréquences dans la deuxième bande permise en polarisation transverse électrique pour un cristal photonique constitué de trous d'air (facteur de remplissage de 38%) dans un matériau d'indice effectif $n_{eff} = 3,26$. En rouge est indiqué la fréquence de fonctionnement de la « super-lentille » de N. Fabre *et al.* [101].

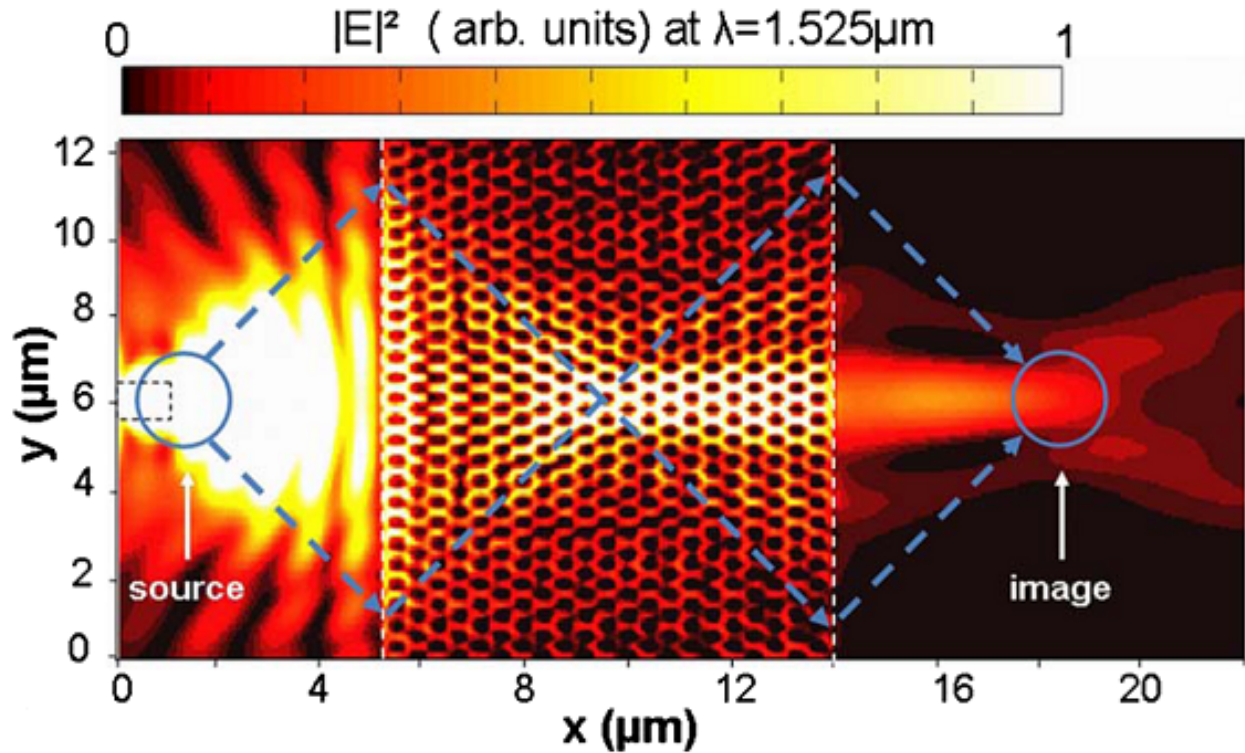


FIGURE 1.13 – Résultats de simulations de la « super-lentille » conçue par l'équipe de N. Fabre *et al.* [101].

1.6 Les cristaux photoniques dans la nature

L'intuition naturelle consiste à attribuer les couleurs que l'on retrouve dans les mondes animal, végétal et minéral à l'absorption sélective de la lumière due à la présence de pigments. Si on prend l'exemple de la chlorophylle, celle-ci donne sa couleur verte aux végétaux suite à l'absorption des lumières rouge et bleue. Cependant, toutes les couleurs rencontrées ne doivent pas leur présence à un phénomène aussi simple qu'est l'absorption. En effet, des études ont montré que des structures naturelles pouvaient avoir exactement les mêmes caractéristiques que les cristaux photoniques artificiels. Les colorations vives et très caractéristiques (et souvent très directionnelles) de certaines espèces sont parfois dues à la présence de structures relativement complexes présentant un arrangement périodique. Elles participent notamment à la communication intraspécifique (entre mâle et femelle) ou interspécifique (couleurs avertissantes) [105]. Dans cette partie, nous présentons brièvement où il est possible de trouver des structures naturelles à cristal photonique.

1.6.1 Les opales

Un exemple d'opale naturelle est présentée sur la figure 1.14. Il s'agit d'un minéral typique d'origine sédimentaire formé par le dépôt chimique d'eaux très riches en silice et par l'accumulation de squelettes d'organismes marins. Il s'agit d'un minéral colloïdal amorphe, ou micro-cristallin qui contient de la silice et de l'oxygène dans un rapport de un à deux, tout comme le quartz, ainsi que de l'eau. On la trouve principalement en globules et en croûtes de coloris très variés. L'opale présente diverses sous-variétés, dont certaines sont utilisées en

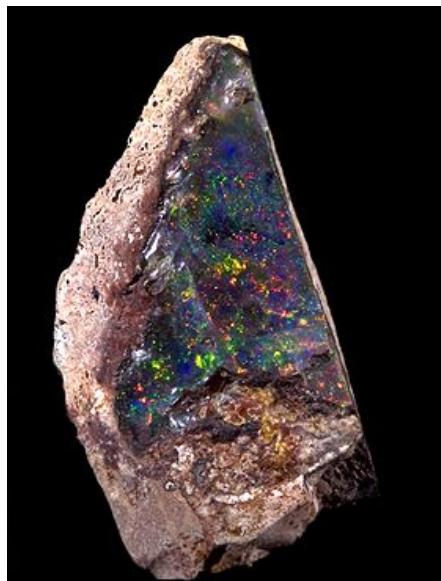


FIGURE 1.14 – Un exemple d’opale naturelle, minéral dans lequel on retrouve certaines propriétés des cristaux photoniques.

joaillerie et classées comme pierre fines ; ces variétés se distinguent par leur origine, la couleur du fond ou sa nature. Sans jeux de couleurs elle est classée « commune », avec jeux de couleurs elle est classée « précieuse » ou « noble ». Le « dessin arlequin » désigne une répartition extrêmement rare des couleurs d’une opale, celle de l’habit aux carreaux bien définis mais ce n’est pas une variété. Une opale « arlequin » peut être noire, blanche, boulder, etc. Une étude au microscope électronique a permis d’en révéler sa structure à caractère périodique. Elle est formée de petites sphères environnées d’espaces vides équidistants. Face aux ultraviolets, elle a souvent une fluorescence jaune ou verte. Les micro-billes de silice peuvent être considérées comme un réseau de diffraction de la lumière incidente. Même si le contraste d’indice entre l’air et la silice ($n = 1,5$) est faible, on peut utiliser ce genre de structures avec un contraste important pour réaliser des structures à bande interdite photonique [106].

1.6.2 Les papillons

Parmi les nombreux insectes qu’il est possible de trouver dans la nature, les papillons font parti des plus colorés. Il a été montré qu’ils sont grandement tributaires de la lumière incidente et qu’ils sont équipés d’un arsenal impressionnant pour gérer cette interaction avec les ondes électromagnétiques [107]. Une analyse au microscope des ailes a permis de révéler que celles-ci étaient constituées d’écailles à la géométrie particulière. En effet, il se trouve que celle-ci varie continuellement et périodiquement comme le montre l’analyse réalisée au microscope d’une des ailes de papillon (cf. figure 1.15). De cette étude, en est sorti le fait que l’aile de ce papillon présente une structure assimilable à un cristal photonique à bande interdite photonique. C’est principalement cette caractéristique qui donne ces couleurs si particulières aux ailes des papillons. En effet, ce réseau réfléchit la lumière pour certaines longueurs d’onde dans des directions différentes en fonction de la longueur d’onde. Outre la production de couleurs, les structures photoniques des animaux assurent de nombreuses autres fonctions vitales pour leur organisme telles que l’adaptation à la température extérieure, la protection du corps ou l’hydrophobie [105] : les ailes des papillons ne mouillent pas, elles sont superhydrophobes de



FIGURE 1.15 – Les papillons sont parmi les insectes les plus colorés. Leurs ailes présentent des caractéristiques assimilables à celles des cristaux photoniques comme le montre la figure de droite. Elle présente l'agrandissement d'une aile de papillon. On y aperçoit un arrangement périodique des écailles [107].

par leur structure en stries micrométriques. Non seulement les points de contact d'une goutte d'eau avec l'aile sont rares (ce contact se fait au sommet des stries), mais ils sont constitués de molécules hydrophobes. Ces deux propriétés empêchent l'eau de s'étaler (effet lotus). Non soumise aux forces de contact, l'eau tend à se concentrer en gouttes d'autant plus sphériques que l'hydrophobie est forte. Elle s'écoule alors le long de la surface, entraînant sur son passage les éventuelles impuretés et saletés rencontrées.

1.6.3 Les oiseaux

Comme pour les papillons que nous venons d'évoquer, une des caractéristiques les plus admirables des oiseaux est leurs couleurs qui leur permettent d'affirmer leurs identités. Ce sont à la fois les pigments et la structure périodique de leurs plumes qui contribuent à l'absorption et à la diffraction de la lumière. En effet, les pigments absorbent une partie de la lumière solaire et renvoient d'autres couleurs vers l'œil. À ces couleurs « pigmentaires » s'opposent les couleurs « structurales », qui naissent de la diffraction du rayonnement lumineux par les micro-structures des plumes. Alors que les couleurs « pigmentaires » sont stables, les couleurs « structurales » varient souvent selon l'angle d'incidence de la lumière. En effet, dans le cas du paon, en observant une de ces plumes au microscope, on s'aperçoit que toutes les couleurs naissent dans les barbules des plumes. Les barbules sont des lames étroites faites d'une succession de petites cuvettes séparées par un seuil transversal. Au fond de ces cuvettes se trouvent de minces lamelles parallèles que l'on peut considérer comme des miroirs réfléchissant la lumière incidente. Le parallèle avec les cristaux photoniques unidimensionnels est alors évident et on peut en déduire que l'intensité de la lumière réfléchie par la plume va dépendre de la longueur d'onde et de l'angle d'observation, d'où la sensation de ruissellement de couleur sur les plumes du paon (voir figure 1.16).

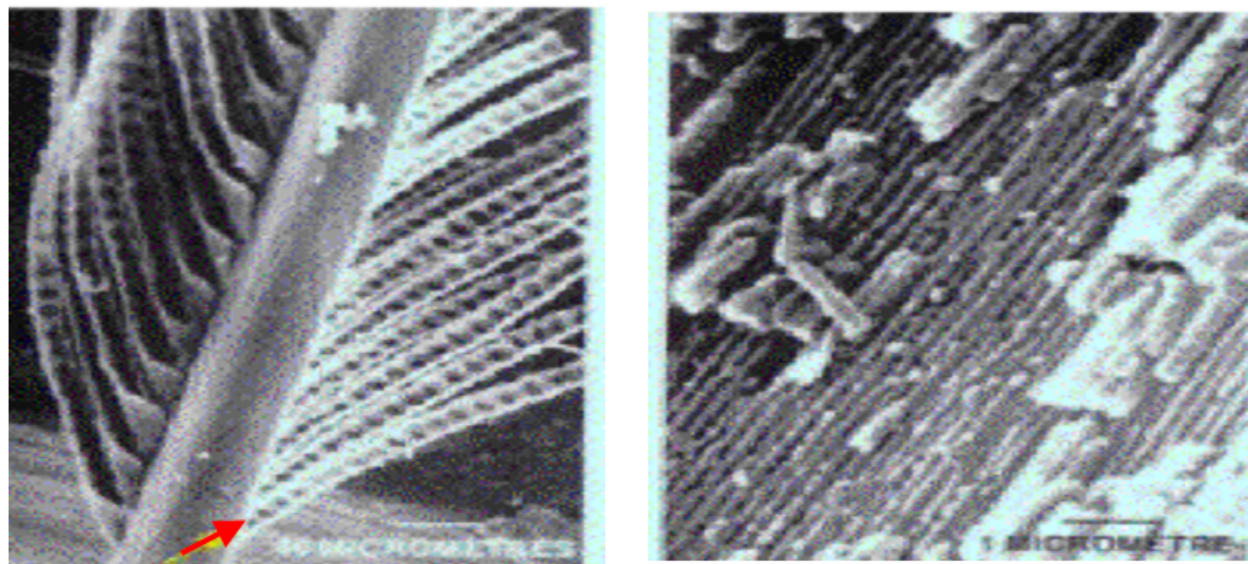


FIGURE 1.16 – Agrandissement d’une plume de paon au microscope montrant la structure des barbules. Chaque barbule est divisée en une série de cuvettes (flèche rouge). Ces cuvettes sont tapissées d’une multitude de micro lamelles régulièrement espacées (figure de droite) [108].

1.6.4 Les souris de mer « Aphrodita »

Des études menées par des scientifiques australiens et britanniques ont mis au jour la présence d’un ver marin possédant des épines constituant des cristaux photoniques plus efficaces que ceux fabriqués par l’homme jusqu’à présent [109]. Ce ver marin, nommé « Aphrodita » est également appelé « souris de mer » de l’anglais « sea mouse ». Il est partiellement recouvert d’épines irisées elles-mêmes constituées par un arrangement périodique de cylindres creux. Chaque cylindre ayant un diamètre de l’ordre de la longueur d’onde de la lumière. Cette dernière est diffractée par le réseau organisé de cylindres.

En procédant à un rapide bilan des moyens mis en œuvre par la nature pour réaliser l’ensemble des fonctions qui ont été présentées dans cette partie, on peut être frappé par l’extraordinaire économie de matériaux utilisés : une phase solide, de la chitine chez les insectes ou de la kératine chez les oiseaux, les poissons et reptiles, deux polymères très proches, et une phase fluide, liquide (eau ou fluide biologique) ou gazeuse (air). D’un point de vue optique, ces matériaux se comportent comme des composants diélectriques présentant un faible contraste d’indice de réfraction par rapport à l’air (jusqu’à 1,6 pour la chitine).

Conclusion

À l’issue de ce premier chapitre nous avons présenté les cristaux photoniques. Nous avons évoqué quelques fonctions particulièrement remarquables et utiles et qui sont réalisables ainsi que quelques exemples d’utilisations. Sans développement mathématique particulièrement poussé, nous avons cherché à décrire le fonctionnement de ces cristaux à travers l’étude de leurs structures de bandes et courbes iso-fréquences. Nous avons montré que suivant la forme de ces dernières, il était possible de contrôler la propagation de la lumière au sein de structures constituées de cristaux photoniques. Par exemple, ils sont particulièrement utiles

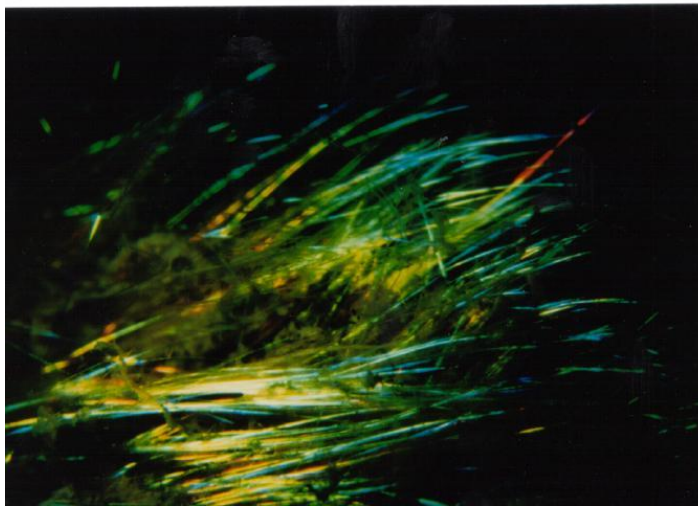


FIGURE 1.17 – Souris de mer « Aphrodita » (en haut à gauche). Ce ver marin possède des épines (en bas à gauche) qui constituent des cristaux photoniques (cylindres creux) comme le montre la photographie de droite.

dans les fibres optiques dites « fibres micro-structurées ».

Chapitre 2

Méthodes et outils numériques

Sommaire

Introduction	31
2.1 Les équations de Maxwell et l'équation d'onde	32
2.1.1 Dans le vide	32
2.1.2 Dans un milieu	33
2.2 Propagation d'une onde plane dans un milieu	35
2.3 La méthode FDTD	35
2.3.1 Les conditions périodiques aux limites	40
2.3.2 Calcul d'un diagramme de bandes	42
2.3.3 Les conditions absorbantes aux limites	44
2.3.4 La méthode TF/SF	49
2.3.5 Réalisation d'un sous-maillage pour la méthode FDTD	52
Conclusion	58

Introduction

Dans ce chapitre consacré au développement des méthodes et des outils numériques utilisés dans le cadre de ce travail, nous abordons dans un premier temps l'étude théorique de la propagation des ondes électromagnétiques dans l'air et dans les matériaux homogènes. Pour ce faire, nous rappelons les équations de Maxwell ainsi que l'équation d'onde.

Une large partie de ce chapitre est ensuite consacrée à la méthode de résolution numérique des équations de Maxwell que nous avons utilisé au cours de ces trois dernières années : il s'agit de la méthode FDTD (*Finite Difference Time Domain*), méthode des différences finies dans le domaine temporel basée sur la résolution en temps et en espace des équations différentielles de Maxwell. C'est une méthode générale, robuste et précise de calcul électromagnétique. Elle a pour avantage de donner un accès direct aux composantes de champs, ainsi, nous avons la possibilité d'avoir la cartographie temporelle du champ électromagnétique nous permettant de mieux comprendre le comportement d'une structure à base de cristaux photoniques. Un autre avantage de cette méthode est qu'à partir d'une simple transformée de Fourier, on a accès à la réponse fréquentielle pour une large bande de fréquences. Cette méthode permet l'étude de réseaux de taille finie grâce à l'introduction de conditions aux limites absorbantes

ainsi que de réseaux infinis grâce à l'introduction de conditions aux limites périodiques. Cela permet notamment le calcul de structure de bandes et de surfaces iso-fréquences. Nous montrons également comment simuler la propagation d'une onde plane à partir de la méthode dite de « champ total/champ diffracté » consistant à diviser la zone de discrétisation en deux parties : une zone de champ total localisée au centre et une zone de champ diffracté placée à sa périphérie. Nous finissons l'étude de cette méthode numérique par le développement d'un sous-maillage local pour la simulation de cristaux photoniques dont les dimensions des motifs sont très faibles devant la taille de la maille élémentaire. L'ensemble de ces méthodes ont été implémentées dans mes différents codes écrits en Fortran 90.

2.1 Les équations de Maxwell et l'équation d'onde

Les équations de Maxwell sont des lois fondamentales de la physique. Elles constituent, avec l'expression de la force électromagnétique de Lorentz, les postulats de base de l'électromagnétisme.

2.1.1 Dans le vide

Les équations de Maxwell dans le vide sont [110]

– Loi de Faraday

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

– Loi d'Ampère

$$\nabla \wedge \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.2)$$

– Loi de Gauss pour le champ électrique

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.3)$$

– Loi de Gauss pour le champ magnétique

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

Pour les équations 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4, les symboles utilisés ainsi que leurs unités dans le système international sont

- \mathbf{E} : champ électrique (volts/mètre),
- \mathbf{B} : densité de flux magnétique (tesla),
- ϵ_0 : permittivité du vide ($\frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ F/m),
- μ_0 : perméabilité du vide ($4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m).

Il peut être utile de rappeler que la notion de continuité est très importante en électromagnétisme. Lors du passage d'un milieu à un autre, en l'absence de charge et de courant, les grandeurs suivantes conservent leur continuité

- à l'interface, la composante tangentielle de \mathbf{E} est continue,
- à l'interface, la composante normale de \mathbf{B} est continue.

À partir de l'équation 2.1, en appliquant l'opérateur nabla, nous pouvons écrire que

$$\nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \wedge \mathbf{B}$$

En remplaçant le terme $\nabla \wedge \mathbf{B}$ par son expression donnée par l'équation 2.2, il vient

$$\nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{E}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Sachant que $\nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E}$ et $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, on obtient alors l'équation d'onde

$$\Delta \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.5)$$

En suivant le même raisonnement pour \mathbf{B} , on aboutit à

$$\Delta \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

2.1.2 Dans un milieu

Dans un milieu matériel, les équations de Maxwell s'écrivent

– Loi de Faraday

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.7)$$

– Loi d'Ampère

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2.8)$$

– Loi de Gauss pour le champ électrique

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.9)$$

– Loi de Gauss pour le champ magnétique

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.10)$$

Pour les équations 2.8 et 2.9, les symboles utilisés ainsi que leurs unités dans le système international sont

- \mathbf{H} : vecteur excitation magnétique (ampères/mètre),
- \mathbf{D} : vecteur déplacement électrique (coulombs/mètre²),
- ρ : densité de charges électriques (coulombs/mètre (1D), coulombs/mètre² (2D) ou coulombs/mètre³ (3D)),
- \mathbf{J} : vecteur densité de courant (ampères/mètre²).

Ajoutons qu'il existe deux relations simples reliant \mathbf{D} et \mathbf{E} d'une part et \mathbf{B} et \mathbf{H} d'autre part dans le cas de matériaux linéaires et isotropes

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E}, \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H}, \end{aligned}$$

où $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ (ϵ_r est la permittivité diélectrique relative sans dimension) et $\mu = \mu_0 \mu_r$ (μ_r est la perméabilité relative sans dimension). Pour compléter les remarques de la partie 2.1.1 concernant la notion de continuité, ajoutons que

- à l'interface, la composante tangentielle de \mathbf{H} est continue,
- à l'interface, la composante normale de \mathbf{D} est continue.

En considérant un milieu neutre et non conducteur (i.e. $\rho = 0$ et $\mathbf{J} = 0$), les équations de Maxwell s'écrivent

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.11)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.14)$$

Nous remarquons que la forme de ces équations est identique à celle obtenue dans le cas du vide, au détail près que ϵ_0 et μ_0 ont été remplacés par ϵ et μ afin de prendre en compte les caractéristiques du milieu. Par le même raisonnement que nous avons mené dans la partie 2.1.1, on peut écrire l'équation d'onde dans un milieu matériel pour \mathbf{E} et \mathbf{H}

$$\Delta \mathbf{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad (2.15)$$

$$\Delta \mathbf{H} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}. \quad (2.16)$$

Cependant, il arrivera que nous ayons à faire à des matériaux conducteurs, i.e. ayant une conductivité σ , exprimée en siemens/mètre, non nulle. Sachant que le vecteur densité de courant \mathbf{J} est relié au champ électrique \mathbf{E} par la relation

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

l'équation d'Ampère (équation 2.8) devient

$$\nabla \wedge \mathbf{B} = \mu \left(\mathbf{J} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = \mu \left(\sigma \mathbf{E} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (2.17)$$

En prenant comme base celle des ondes planes et en considérant une dépendance temporelle en $\exp(-i\omega t)$, convention habituelle employée en optique, nous pouvons définir les opérateurs élémentaires. Ceux-ci s'écrivent

$$\begin{aligned} \nabla &= i\mathbf{k} & \text{et} & \quad \frac{\partial}{\partial t} = -i\omega, \\ \Delta &= \nabla^2 = -\mathbf{k} & \text{et} & \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2. \end{aligned}$$

Nous avons donc $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -i\omega \mathbf{E}$, d'où

$$\nabla \wedge \mathbf{B} = \mu \left(\frac{i\sigma}{\omega} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = \mu \left(\frac{i\sigma}{\omega} + \epsilon \right) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu\epsilon' \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

En posant $\epsilon' = \frac{i\sigma}{\omega} + \epsilon$, les équations de Maxwell ont de nouveau la même forme que dans le vide

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\nabla \wedge \mathbf{B} = \mu\epsilon' \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0.$$

2.2 Propagation d'une onde plane dans un milieu

Les équations de Maxwell étant linéaires, le théorème de superposition de Fourier permet de décomposer toutes solutions de 2.15 et 2.16 en une somme d'ondes planes. On considère donc les solutions particulières en onde plane suivantes pour étudier les solutions de l'équation d'onde pour les champs électrique et magnétique

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cdot \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)), \quad (2.18)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 \cdot \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)), \quad (2.19)$$

où \mathbf{E}_0 et \mathbf{H}_0 sont des vecteurs constants et ω la pulsation de l'onde se propageant suivant la direction du vecteur d'onde \mathbf{k} . Ce vecteur étant complexe, on peut écrire que

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}' - i\mathbf{k}'' \quad (2.20)$$

Les équations 2.18 et 2.19 s'écrivent alors

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cdot \exp(-\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r}) \cdot \exp(i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r} - \omega t)), \quad (2.21)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 \cdot \exp(-\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r}) \cdot \exp(i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r} - \omega t)). \quad (2.22)$$

$\mathbf{E}_0 \cdot \exp(-\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r})$ et $\mathbf{H}_0 \cdot \exp(-\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r})$ représentent l'amplitude des champs électrique et magnétique et $\phi = \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r} - \omega t$ leur phase.

En appliquant alors la solution en onde plane 2.18 aux équations de Maxwell dans le vide, on obtient

$$\begin{aligned} i\mathbf{k} \wedge \mathbf{E} &= i\omega\mathbf{B}, \\ i\mathbf{k} \wedge \mathbf{B} &= -i\mu_0\epsilon_0\omega\mathbf{E}, \\ i\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} &= 0. \end{aligned}$$

En appliquant maintenant la solution en onde plane 2.18 aux équations de Maxwell dans un milieu, on obtient également

$$\begin{aligned} i\mathbf{k} \wedge \mathbf{E} &= \omega\mu\mathbf{H}, \\ i\mathbf{k} \wedge \mathbf{H} &= -\epsilon'\omega\mathbf{E}, \\ i\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} &= 0. \end{aligned}$$

Ces quatre équations montrent que

- le vecteur d'onde \mathbf{k} est perpendiculaire au plan de polarisation formé par les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} d'une onde plane dans le vide,
- le trièdre formé par \mathbf{k} , \mathbf{E} et \mathbf{B} est direct et $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$.

2.3 La méthode FDTD

Introduite par K.S. Yee en 1966, la méthode FDTD (Finite Difference Time Domain) [111] est un outil puissant pour la résolution des équations de Maxwell. Réalisée dans le domaine

temporel, elle permet d'appréhender visuellement la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu structuré (notamment un cristal photonique). Le calcul de toutes les composantes de champs à tous les instants et sur tout le domaine de calcul permet d'obtenir, entre autre à l'aide de la transformée de Fourier, des informations telles que le spectre en fréquences en plusieurs points de la structure, une cartographie du champ électrique ou magnétique, etc. Coûteuse en mémoire, cette méthode nécessitait, il y a encore quelques années, de puissants calculateurs. Avec l'augmentation de la puissance et de la mémoire présentes sur les ordinateurs, il est possible, aujourd'hui, de l'implémenter sur tout ordinateur de bureau. Méthode de modélisation précise et rapide, c'est elle que j'ai codée en Fortran 90 et utilisée pour la simulation de cristaux photoniques.

À partir des équations 2.11 et 2.17, on peut écrire que

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= -\frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{E}, \\ \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \frac{1}{\epsilon} \nabla \wedge \mathbf{H} - \frac{\sigma}{\epsilon} \mathbf{E}.\end{aligned}$$

Ces équations peuvent être discrétisées dans le temps et dans l'espace (cf. figure 2.1), remarque qui a été à la base de l'algorithme de Yee [111] qui s'appuie sur la méthode dite « saute-mouton » : les composantes de champ électrique sont calculées à un instant t , puis ce sont les composantes de champ magnétiques qui sont calculées, puis de nouveau les composantes de champ électrique etc. Les équations qui suivent représentent les équations de base de la méthode FDTD dans un repère que l'on suppose cartésien [112].

$$\begin{aligned}H_x^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j+1,k+1) &= H_x^{n-\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j+1,k+1) \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu(i-\frac{1}{2},j+1,k+1)} \left(\frac{E_y^n(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{3}{2}) - E_y^n(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2})}{\Delta z} \right) \\ &- \frac{\Delta t}{\mu(i-\frac{1}{2},j+1,k+1)} \left(\frac{E_z^n(i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2},k+1) - E_z^n(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1)}{\Delta y} \right) \\ H_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+1) &= H_y^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+1) \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu(i,j+\frac{1}{2},k+1)} \left(\frac{E_z^n(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1) - E_z^n(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1)}{\Delta x} \right) \\ &- \frac{\Delta t}{\mu(i,j+\frac{1}{2},k+1)} \left(\frac{E_x^n(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{3}{2}) - E_x^n(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{\Delta z} \right) \\ H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1,k+\frac{1}{2}) &= H_z^{n-\frac{1}{2}}(i,j+1,k+\frac{1}{2}) \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu(i,j+1,k+\frac{1}{2})} \left(\frac{E_x^n(i,j+\frac{3}{2},k+\frac{1}{2}) - E_x^n(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \\ &- \frac{\Delta t}{\mu(i,j+1,k+\frac{1}{2})} \left(\frac{E_y^n(i+\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}) - E_y^n(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2})}{\Delta x} \right)\end{aligned}$$

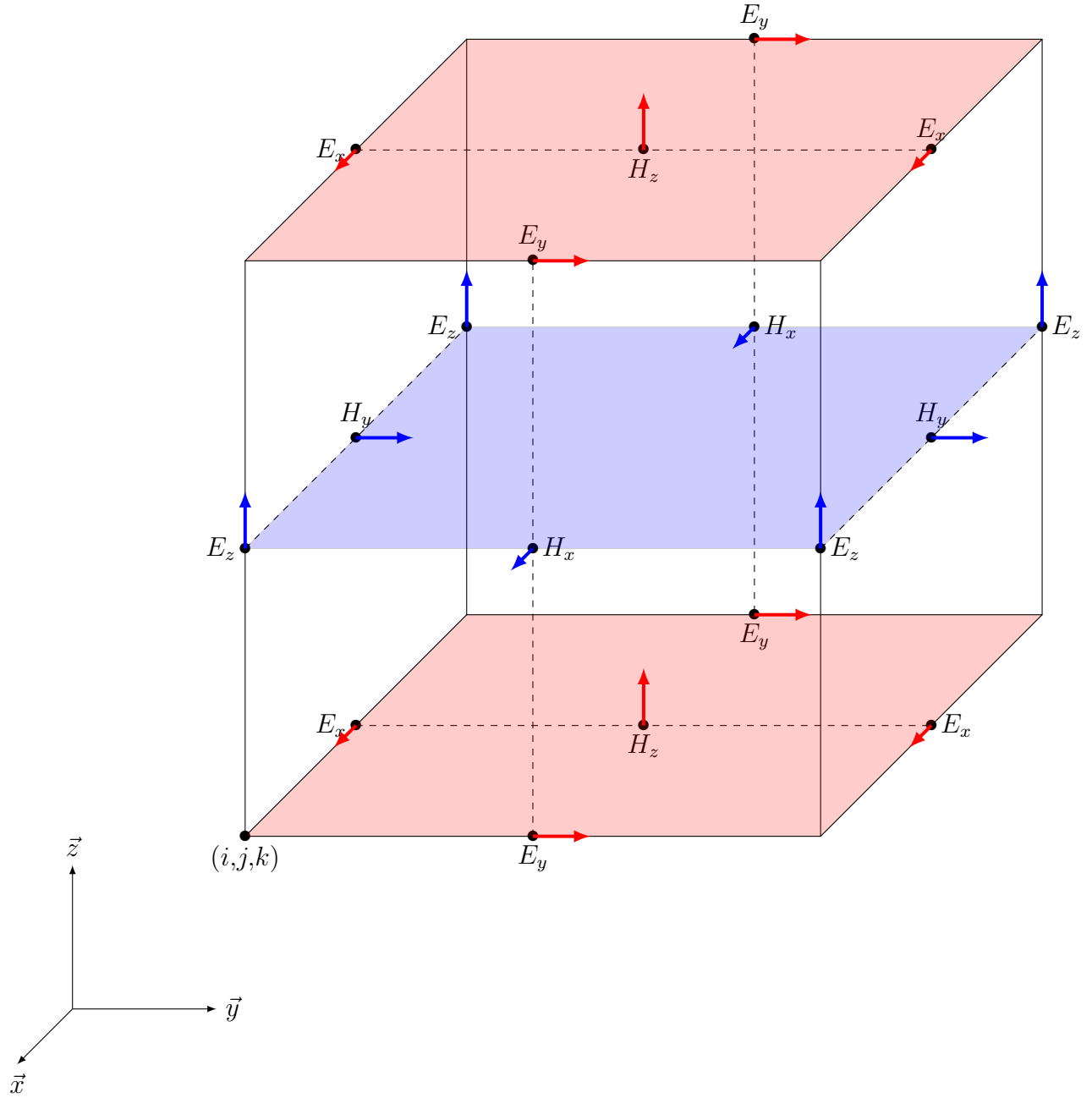


FIGURE 2.1 – Représentation d’une cellule élémentaire en trois dimensions. Les composantes du champ E se trouvent au milieu des arêtes et celles du champ H sont au centre des faces. Dans un système 2D (plan xy), on distingue deux polarisations : la polarisation *Transverse Magnétique*, *TM* (plan de coupe bleu comprenant les composantes de champ E_z , H_x et H_y) et la polarisation *Transverse Électrique*, *TE* (plan de coupe rouge comprenant les composantes de champ H_z , E_x et E_y) [111].

$$\begin{aligned}
E_x^{n+1}(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) &= \frac{\epsilon(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) - \sigma(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}}{\epsilon(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) + \sigma(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} E_x^n(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) \\
&+ \alpha_x(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j + 1, k + \frac{1}{2}) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k + \frac{1}{2})}{\Delta y} \\
&- \alpha_x(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) \frac{H_y^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}, k + 1) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k)}{\Delta z} \\
E_y^{n+1}(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) &= \frac{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) - \sigma(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} E_y^n(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) \\
&+ \alpha_y(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + 1) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + 1, k)}{\Delta z} \\
&- \alpha_y(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j + 1, k + \frac{1}{2}) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i - 1, j + 1, k + \frac{1}{2})}{\Delta x} \\
E_z^{n+1}(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) &= \frac{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) - \sigma(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) \frac{\Delta t}{2}}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) \frac{\Delta t}{2}} E_z^n(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) \\
&+ \alpha_z(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k + 1) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i - 1, j + \frac{1}{2}, k + 1)}{\Delta x} \\
&- \alpha_z(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + 1) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k + 1)}{\Delta y} \\
\alpha_x(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) &= \frac{\Delta t}{\epsilon(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) + \sigma(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} \\
\alpha_y(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) &= \frac{\Delta t}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} \\
\alpha_z(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) &= \frac{\Delta t}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1) \frac{\Delta t}{2}}
\end{aligned}$$

où n représente l'itération courante, Δx , Δy et Δz sont respectivement les pas spatiaux dans les directions \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} . Pour garantir la stabilité numérique du calcul, il convient de respecter la condition qui lie les pas spatiaux dans les 3 directions au pas temporel Δt

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}}$$

Cette relation traduit le fait que le pas temporel doit être suffisant pour décrire la propagation d'un nœud à l'autre. Durant ce travail, nous considérons des structures à 2D, i.e. que les cristaux photoniques simulés sont infinis suivant la direction \vec{z} . Les dérivées suivant \vec{z} deviennent donc nulles et on peut séparer la résolution numérique des équations de Maxwell selon deux polarisations totalement indépendantes

- la polarisation dite « Transverse Magnétique » (TM), regroupant les composantes de champs H_x , H_y et E_z , les autres composantes étant nulles,
- la polarisation dite « Transverse Électrique » (TE), regroupant les composantes de champs E_x , E_y et H_z , les autres composantes étant nulles.

La convention utilisée est celle de John D. Joannopoulos *et al.* [113]. Les équations précédentes se simplifient. Pour la polarisation TM, nous avons

$$\begin{aligned} H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + 1) &= H_x^{n-\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + 1) \\ &- \frac{\Delta t}{\mu(i - \frac{1}{2}, j + 1)} \left(\frac{E_z^n(i - \frac{1}{2}, j + \frac{3}{2}) - E_z^n(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) &= H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu(i, j + \frac{1}{2})} \left(\frac{E_z^n(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - E_z^n(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} E_z^{n+1}(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) &= \frac{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \sigma(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} E_z^n(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) \\ &+ \frac{\Delta t}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i - 1, j + \frac{1}{2})}{\Delta x} \\ &- \frac{\Delta t}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + 1) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta y} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Pour la polarisation TE, nous avons

$$\begin{aligned} H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j + 1) &= H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j + 1) \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu(i, j + 1)} \left(\frac{E_x^n(i, j + \frac{3}{2}) - E_x^n(i, j + \frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \\ &- \frac{\Delta t}{\mu(i, j + 1)} \left(\frac{E_y^n(i + \frac{1}{2}, j + 1) - E_y^n(i - \frac{1}{2}, j + 1)}{\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} E_x^{n+1}(i, j + \frac{1}{2}) &= \frac{\epsilon(i, j + \frac{1}{2}) - \sigma(i, j + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}}{\epsilon(i, j + \frac{1}{2}) + \sigma(i, j + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} E_x^n(i, j + \frac{1}{2}) \\ &+ \frac{\Delta t}{\epsilon(i, j + \frac{1}{2}) + \sigma(i, j + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j + 1) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j)}{\Delta y} \\ &- \frac{\Delta t}{\epsilon(i, j + \frac{1}{2}) + \sigma(i, j + \frac{1}{2}) \frac{\Delta t}{2}} \frac{H_y^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2})}{\Delta z} \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} E_y^{n+1}(i - \frac{1}{2}, j + 1) &= \frac{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + 1) - \sigma(i - \frac{1}{2}, j + 1) \frac{\Delta t}{2}}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + 1) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + 1) \frac{\Delta t}{2}} E_y^n(i - \frac{1}{2}, j + 1) \\ &+ \frac{\Delta t}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + 1) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + 1) \frac{\Delta t}{2}} \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + 1) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j + 1)}{\Delta z} \\ &- \frac{\Delta t}{\epsilon(i - \frac{1}{2}, j + 1) + \sigma(i - \frac{1}{2}, j + 1) \frac{\Delta t}{2}} \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j + 1) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i - 1, j + 1)}{\Delta x} \end{aligned} \quad (2.28)$$

La condition de stabilité se simplifie également

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}}}$$

et $\Delta t \leq \frac{\sqrt{2} \Delta x}{2c}$ si $\Delta x = \Delta y$

2.3.1 Les conditions périodiques aux limites

Les structures périodiques ne sont qu'une reproduction d'un motif de base suivant une ou plusieurs directions. Il est intéressant d'utiliser cette propriété pour restreindre leur modélisation à une seule maille. Cela permet le calcul des structures de bandes et des surfaces iso-fréquences. Il faut pour cela implémenter sur les bords du domaine des conditions qui traduisent la périodicité de la structure. Les conditions PBC (*Periodic Boundary Conditions*) sont directement issues du théorème de Bloch. Appliquées aux composantes de champs \mathbf{E} et \mathbf{H} , on a

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r} + \mathbf{R}) &= \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \exp(-ik\mathbf{R}), \\ \mathbf{H}(\mathbf{r} + \mathbf{R}) &= \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot \exp(-ik\mathbf{R}). \end{aligned}$$

où \mathbf{R} représente la période de la cellule élémentaire du cristal photonique. Pour mettre en œuvre ce principe du point de vue programmation, il suffit de veiller à ce que les composantes de champs qui arrivent en bordure du domaine de simulation apparaissent immédiatement au niveau du côté opposé à cette bordure, multipliées par le nombre complexe approprié. Contrairement à ce qu'on a vu jusqu'à maintenant, les composantes de champs ne sont plus des réels purs mais des valeurs complexes. Prenons l'exemple d'un cristal photonique constitué de tiges (diélectriques ou métalliques) au sein d'une maille rectangulaire de côtés L_x et L_y . La figure 2.2 montre le résultat obtenu après application du théorème de Bloch. Numériquement, en prenant les notations de la figure 2.2, ces conditions se traduisent de la façon suivante pour le champ \mathbf{E}

$$\begin{aligned} E(x=0,y) &= \exp(ik_x L_x) \cdot E(x=L_x,y), \\ E(x,y=0) &= \exp(ik_y L_y) \cdot E(x,y=L_y), \end{aligned}$$

où k_x (respectivement k_y) est le vecteur d'onde dans la direction \vec{x} (respectivement \vec{y}).

Dans le cas d'un maillage triangulaire, la tâche se complique légèrement. Nous présentons ici les étapes à respecter pour décrire correctement une structure 2D infinie dans toutes les directions de l'espace. Pour ce faire, on considère la grille de la figure 2.3. Il s'agit de la cellule de base sur laquelle il faut définir les conditions périodiques aux limites. On appelle a le pas de la maille élémentaire, n_x le nombre de cellules suivant l'axe \vec{x} et n_y le nombre de cellules suivant l'axe \vec{y} . La cellule élémentaire est donc de dimension (n_x, n_y) . Pour correctement appliquer les conditions périodiques aux limites, il faut procéder en trois étapes

1. du point A'_1 de coordonnées $(\frac{n_x}{2} + 1, n_y)$ au point de coordonnées (n_x, n_y) ,

$$A'_1 = A_1 \cdot \exp\left(ia \frac{k_x + \sqrt{3}k_y}{2}\right),$$

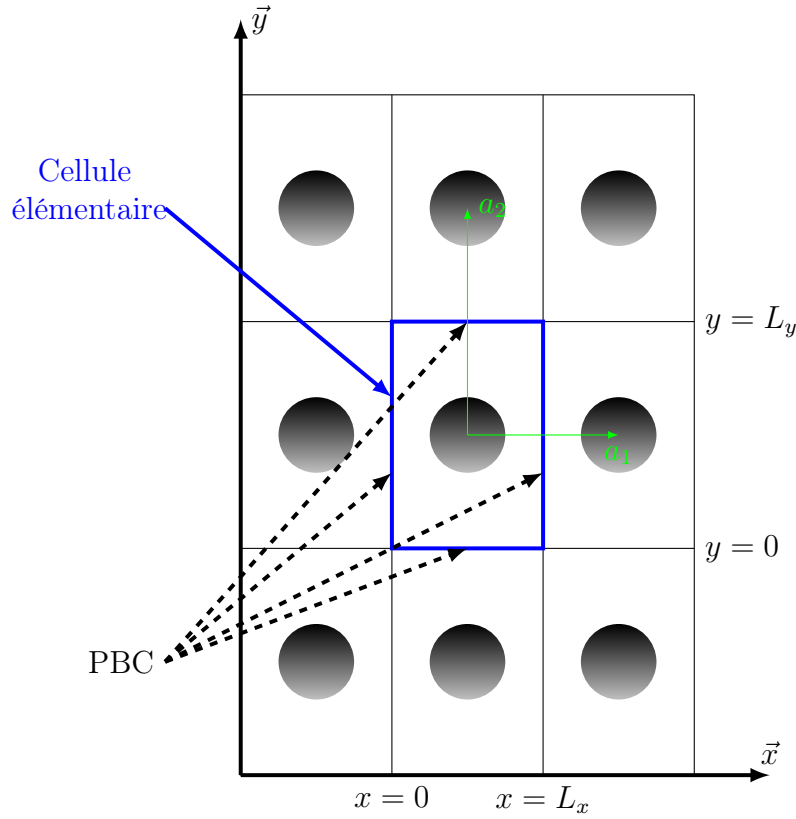


FIGURE 2.2 – Application des conditions périodiques aux limites (*PBC : Periodic Boundary Conditions*) issues du théorème de Bloch à un cristal photonique constitué de tiges (diélectriques ou métalliques) au sein d’une maille rectangulaire de côtés L_x et L_y . Le théorème de Bloch permet de simuler une structure de dimension infinie dans deux directions de l’espace (suivant \vec{x} et \vec{y}). a_1 et a_2 représentent les vecteurs de base du réseau direct.

2. du point A'_2 de coordonnées $(1, n_y)$ au point de coordonnées $(\frac{n_x}{2}, n_y)$,

$$A'_2 = A_2 \cdot \exp\left(ia \frac{-k_x + \sqrt{3}k_y}{2}\right),$$

3. du point de coordonnées $(n_x, 1)$ au point de coordonnées (n_x, n_y) ,

$$B' = B \cdot \exp(ia k_x).$$

Tel que nous venons de le décrire, le code FDTD 2D permet de connaître à chaque instant les composantes de champs E_z , H_x et H_y ¹ dans l’espace aux positions suivantes

- E_z ($x = 2, 3, \dots, n_x; y = 2, 3, \dots, n_y$),
- H_x ($x = 1, 2, \dots, n_x; y = 1, 2, \dots, n_y - 1$),
- H_y ($x = 1, 2, \dots, n_x - 1; y = 1, 2, \dots, n_y$).

Pour connaître la valeur de ces composantes de champs aux endroits où il n’est pas possible de les calculer par la méthode FDTD et appliquer le théorème de Bloch, il faut implémenter

1. Ici, on ne considère que la polarisation TM (champ E_z parallèle aux tiges), le raisonnement étant similaire en polarisation TE.

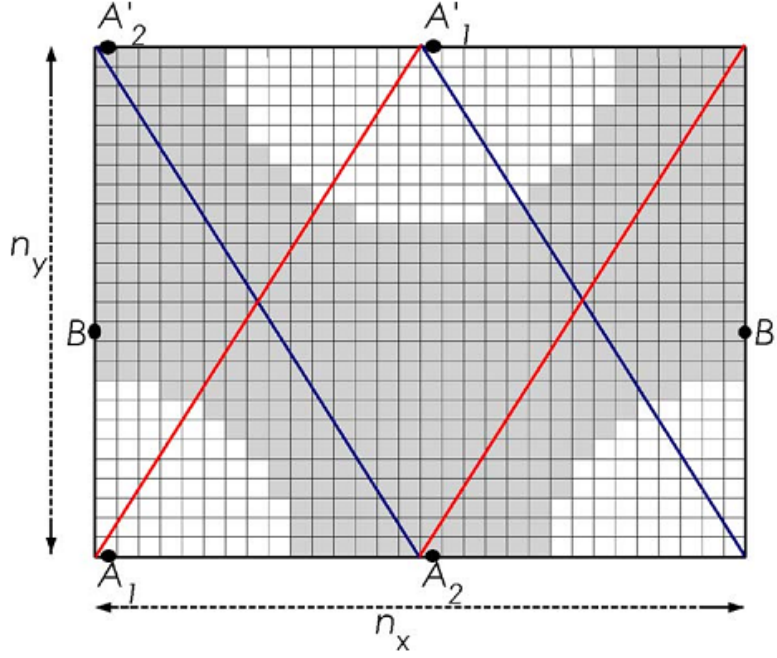


FIGURE 2.3 – Description numérique d'une maille élémentaire d'une structure arrangée périodiquement en mailles triangulaires. n_x représente le nombre de cellules suivant l'axe \vec{x} et $n_y = \frac{\sqrt{3}}{2}n_x$ représente le nombre de cellules suivant l'axe \vec{y} [114].

les équations suivantes

$$\begin{aligned}
 E_z(x = 2, 3, \dots, n_x; y = 1) &= E_z(x = 2, 3, \dots, n_x, y = n_y) \cdot e^{-iak_x} \\
 E_z(x = 1; y = 1, 2, \dots, \frac{n_y}{2}) &= E_z(x = n_x; y = \frac{n_y}{2} + 1, \frac{n_y}{2} + 2, \dots, n_y) \cdot e^{-ia \frac{k_x + \sqrt{3}k_y}{2}} \\
 E_z(x = 1, y = \frac{n_y}{2} + 1, \frac{n_y}{2} + 2, \dots, n_y) &= E_z(x = n_x; y = 1, 2, \dots, \frac{n_y}{2}) \cdot e^{ia \frac{k_x - \sqrt{3}k_y}{2}} \\
 H_x(x = 1, 2, \dots, n_x; n_y) &= H_x(x = 1, 2, \dots, n_x; 1) \cdot e^{iak_x} \\
 H_y(x = n_x; y = 1, 2, \dots, \frac{n_y}{2}) &= H_y(x = 1; y = \frac{n_y}{2} + 1, \frac{n_y}{2} + 2, \dots, n_y) \cdot e^{-ia \frac{k_x - \sqrt{3}k_y}{2}} \\
 H_y(x = n_x; y = \frac{n_y}{2} + 1, \frac{n_y}{2} + 2, \dots, n_y) &= H_y(x = 1; y = 1, 2, \dots, \frac{n_y}{2}) \cdot e^{ia \frac{k_x + \sqrt{3}k_y}{2}}
 \end{aligned}$$

2.3.2 Calcul d'un diagramme de bandes

Pour le calcul des structures de bandes, nous nous sommes inspirés, entre autres, des travaux de Sailing He et Min Qiu [115–118]. Avant que la boucle temporelle ne débute, on initialise l'ensemble des composantes de champs à des valeurs totalement aléatoires. Nous les laissons ensuite évoluer durant un grand nombre d'itérations ($\gtrsim 2^{17} \Delta t$) en appliquant les conditions périodiques aux limites que nous venons de présenter tout en relevant l'évolution du champ E_z (H_z dans le cas d'une polarisation TE) en plusieurs points du domaine de simulation pris aléatoirement. Une fois la boucle temporelle achevée, nous calculons la transformée de Fourier rapide (*FFT* : *Fast Fourier Transform*) en chaque point relevé et faisons la somme de toutes les FFT ainsi obtenues. On obtient alors un spectre montrant l'ensemble des modes de Bloch (figure 2.4). Pour chaque couple $(k_x; k_y)$ de la zone de Brillouin irréductible,

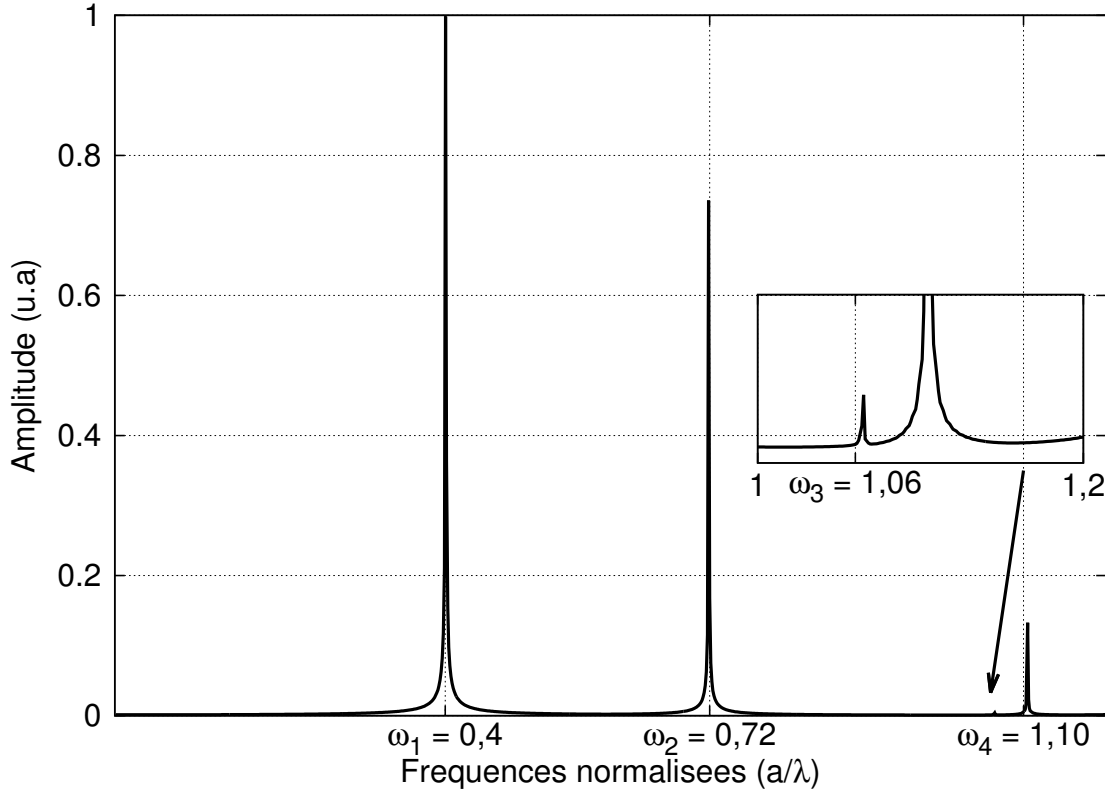


FIGURE 2.4 – Exemple de spectre montrant les modes de Bloch obtenus pour un couple $(k_x; k_y)$ donné. Le cristal photonique pris pour cet exemple est constitué de tiges de cuivre dans l'air. Ce spectre montre les quatre premières résonances aux fréquences $\omega_1 = 0,4$, $\omega_2 = 0,72$, $\omega_3 = 1,06$ et $\omega_4 = 1,10$.

nous reportons les fréquences ω_1, ω_2 , etc. des résonances ainsi observées et on obtient alors le diagramme de bandes de la structure simulée. La figure 2.5 montre le diagramme de bandes complet du cristal photonique pris en exemple. Il s'agit d'un cristal photonique constitué de tiges de cuivre dans l'air d'où la présence d'une bande interdite pour les fréquences basses. Cette figure montre les quatre fréquences de résonance observées pour le couple $(k_x; k_y)$ étudié.

En appliquant cet algorithme sur l'ensemble de la première zone de Brillouin, on obtient alors les surfaces iso-fréquences pour le cristal photonique étudié. La figure 2.6 montre la surface iso-fréquence de la première bande permise du cristal photonique pris en exemple. Nous avons indiqué la fréquence ω_1 ainsi que sa position dans le plan de projection $(k_x; k_y)$. Les calculs des diagrammes de bandes et des surfaces iso-fréquences peuvent être relativement longs. Étant donné que le calcul des modes pour chaque couple $(k_x; k_y)$ de la zone de Brillouin irréductible se fait indépendamment des autres, pour réduire les temps de calcul il est conseillé de paralléliser le programme, ce que nous n'avons pas pu faire.

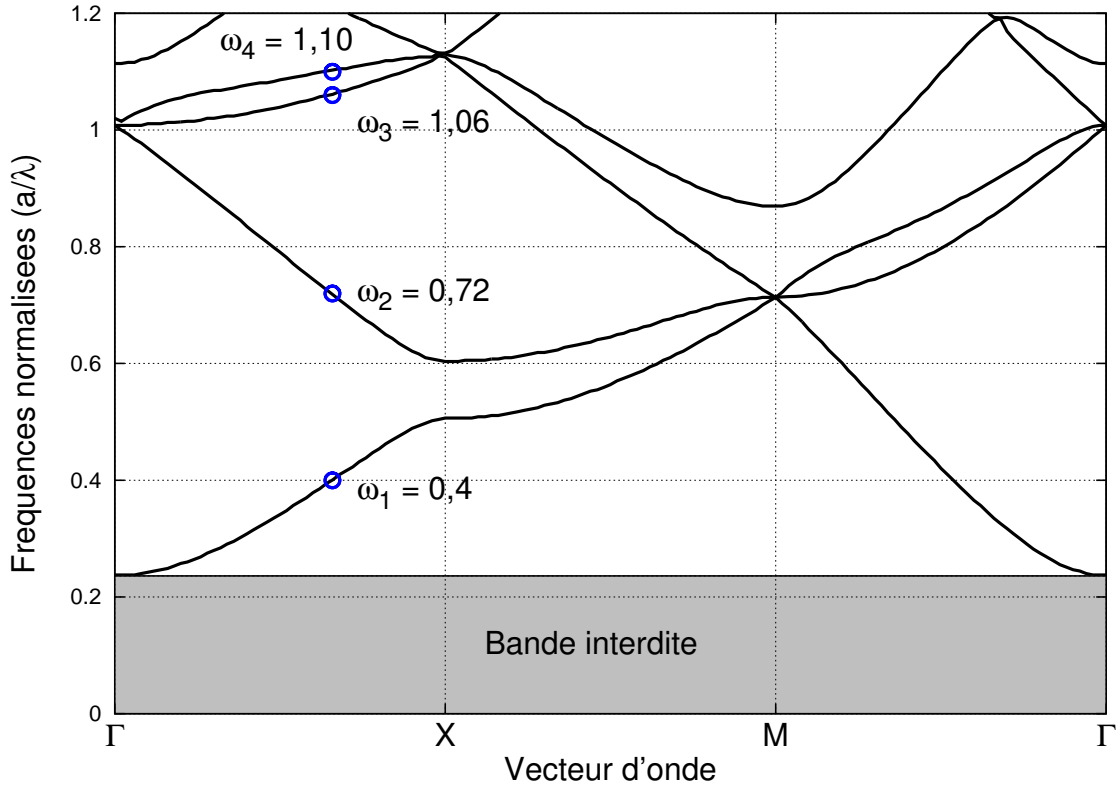


FIGURE 2.5 – Exemple de diagramme de bandes obtenu lorsque l'ensemble des modes de Bloch ont été réportés pour chaque couple $(k_x; k_y)$ de la première zone de Brillouin. Le cristal photonique pris pour cet exemple est constitué de tiges de cuivre dans l'air. Ce diagramme de bandes montre que dans la relation de dispersion, pour un vecteur d'onde fixé, il y a plusieurs solutions : les quatre premières résonances aux fréquences $\omega_1 = 0,4$, $\omega_2 = 0,72$, $\omega_3 = 1,06$ et $\omega_4 = 1,10$ pour le couple $(k_x; k_y)$ étudié sont indiquées.

2.3.3 Les conditions absorbantes aux limites

La méthode PML (*Perfectly Matched Layer*), introduite par Berenger [119], est basée sur la séparation du champ électrique ou magnétique (suivant la polarisation) à l'intérieur d'une zone d'absorption où il est possible d'attribuer des pertes aux composantes de champs ainsi séparées. On crée ainsi un milieu absorbant non physique adjacent aux limites de la grille de simulation FDTD. Ce milieu possède une impédance d'onde indépendante à la fois de l'angle d'incidence et de la fréquence des ondes diffusées sortant de la grille de simulation FDTD. Berenger annonce qu'il a ainsi réussi à réduire d'un facteur de 10^{-7} le bruit produit par les réflexions parasites sur les bords du domaine de simulation par rapport aux conditions absorbantes aux limites analytiques connues jusqu'alors, comme, par exemple, les conditions de Mur. Initialement pensée pour les simulations 2D, cette méthode a très vite été étendue pour les simulations 3D. Mais dans le cas qui nous intéresse, nous ne développons que le cas 2D tel qu'il a été initialement pensé.

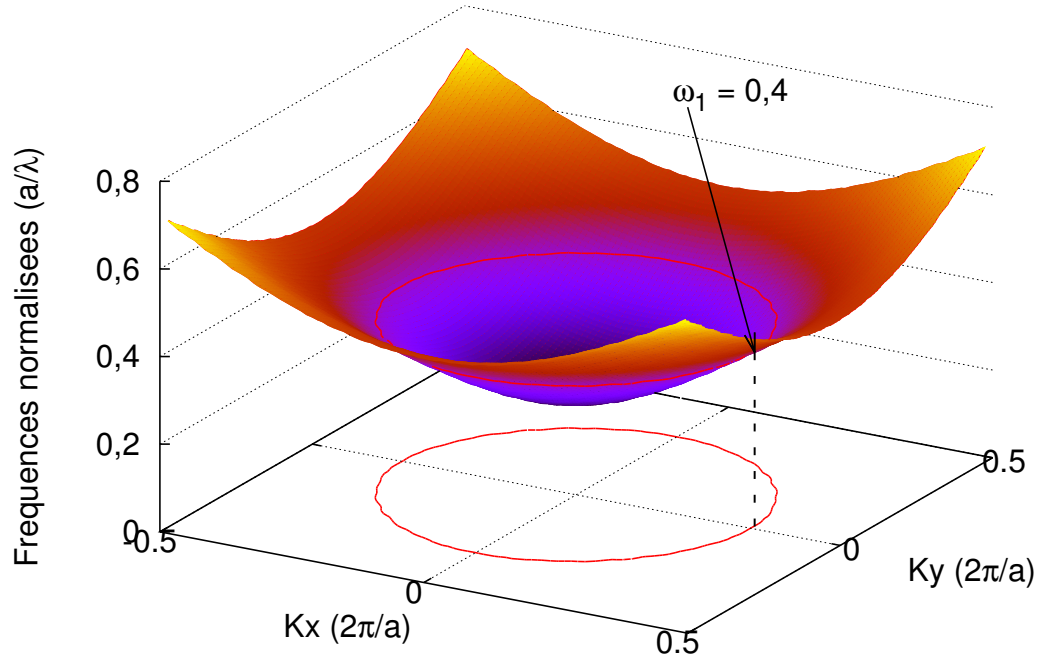


FIGURE 2.6 – Exemple de surface iso-fréquence obtenu lorsque l'ensemble des modes de Bloch ont été reportés pour chaque couple $(k_x; k_y)$ de la zone de Brillouin non réduite. Le cristal photonique pris pour cet exemple est constitué de tiges de cuivre dans l'air. Cette surface iso-fréquence montre la première résonance à la fréquence $\omega_1 = 0,4$ ainsi que sa projection dans le plan $(k_x; k_y)$. Dans ce cas particulier, il s'agit d'un cercle.

Nous considérons donc les équations de Maxwell dans le cas d'une polarisation TE en espace libre. On a

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x &= \frac{\partial H_z}{\partial y}, \\ \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y &= -\frac{\partial H_z}{\partial x}, \\ \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} + \sigma^* H_z &= \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x}, \end{aligned}$$

où σ^* représente d'éventuelles pertes magnétiques dans le milieu de propagation. Les premières conditions absorbantes aux limites qui ont été pensées pour la FDTD introduisaient des milieux avec des pertes pour atténuer les ondes [120]. Dans une telle situation, si la condition suivante est respectée

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0} \quad (2.29)$$

aucune réflexion ne se produit lorsqu'une onde plane se propage dans la direction perpendiculaire à l'interface entre le milieu de propagation et le vide car, dans ce cas précis, l'impédance du milieu de propagation est égale à celle du vide. Cependant, dans la cas d'une onde incidente oblique, on observe d'importantes réflexions parasites. Pour remédier à ce problème, Berenger a introduit un nouveau degré de liberté dans les équations de Maxwell permettant de jouer sur les pertes et l'adaptation d'impédance en divisant la composante de champ H_z en deux sous-composantes que Berenger appelle H_{zx} et H_{zy} . Contrairement au cas sans PML où il y a trois composantes de champs, on se retrouve avec quatre composantes reliées entre elles par les équations suivantes

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma_y E_x = \frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial y}, \quad (2.30)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma_x E_y = -\frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial x}, \quad (2.31)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} = -\frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad (2.32)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} = \frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad (2.33)$$

où σ_x et σ_y représentent des conductivités électriques et σ_x^* et σ_y^* des pertes magnétiques. À travers ces équations, on voit que la technique PML représente la formulation générale de la modélisation d'un milieu physique. En effet, si $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_x^* = \sigma_y^* = 0$, on retrouve l'expression des équations de Maxwell dans le vide. Dans le cas où on a d'une part $\sigma_x = \sigma_y$ et d'autre part $\sigma_x^* = \sigma_y^* = 0$, on retrouve l'expression des équations de Maxwell dans le cas d'un milieu conducteur. Enfin, si $\sigma_x = \sigma_y$ et $\sigma_x^* = \sigma_y^* \neq 0$, on se retrouve dans le cas de l'équation 2.29.

D'autres situations sont possibles : si $\sigma_y = \sigma_y^* = 0$, le milieu PML peut absorber une onde plane dont les composantes de champs (E_y , H_{zx}) se propagent selon \vec{x} mais ne peut pas absorber une onde ayant des composantes de champs (E_x , H_{zy}) se propageant selon \vec{y} . La situation inverse est tout aussi vraie dans le cas où $\sigma_x = \sigma_x^* = 0$.

Nous considérons désormais la propagation d'une onde plane sinusoïdale dans un domaine entouré de PML. On note E_0 l'amplitude maximale du champ électrique de cette onde, H_{zx0} et H_{zy0} les amplitudes des deux sous-composantes du champ magnétique H_z et ϕ l'angle formé par cette onde par rapport à l'axe \vec{y} . Les quatre composantes de champs s'expriment alors simplement

$$E_x = -E_0 \sin(\phi) \cdot \exp(i\omega(t - \alpha x - \beta y)), \quad (2.34)$$

$$E_y = E_0 \cos(\phi) \cdot \exp(i\omega(t - \alpha x - \beta y)), \quad (2.35)$$

$$H_{zx} = H_{zx0} \cdot \exp(i\omega(t - \alpha x - \beta y)), \quad (2.36)$$

$$H_{zy} = H_{zy0} \cdot \exp(i\omega(t - \alpha x - \beta y)), \quad (2.37)$$

où α et β sont des constantes (complexes). En supposant que E_0 est connu, le système formé par les équations 2.34, 2.35, 2.36 et 2.37 est un système de quatre équations à quatre inconnues : α , β , H_{zx0} et H_{zy0} . Pour les déterminer, nous utilisons les équations 2.30 à 2.33 dans lesquelles nous remplaçons E_x , E_y , H_{zx} et H_{zy} par leurs expressions que nous venons

de déterminer. Le système d'équations devient

$$\epsilon_0 E_0 \sin(\phi) - i \frac{\sigma_y}{\omega} E_0 \sin(\phi) = \beta (H_{zx0} + H_{zy0}), \quad (2.38)$$

$$\epsilon_0 E_0 \cos(\phi) - i \frac{\sigma_x}{\omega} E_0 \cos(\phi) = \alpha (H_{zx0} + H_{zy0}), \quad (2.39)$$

$$\mu_0 H_{zx0} - i \frac{\sigma_x^*}{\omega} H_{zx0} = \alpha E_0 \cos(\phi), \quad (2.40)$$

$$\mu_0 H_{zy0} - i \frac{\sigma_y^*}{\omega} H_{zy0} = \beta E_0 \sin(\phi). \quad (2.41)$$

En remplaçant H_{zx0} et H_{zy0} dans les relations 2.38 et 2.39 par leurs expressions que l'on peut facilement obtenir grâce aux relations 2.40 et 2.41 il vient

$$\mu_0 \epsilon_0 \left(1 - i \frac{\sigma_y}{\omega \epsilon_0} \right) \sin(\phi) = \beta \left(\frac{\alpha \cos(\phi)}{1 - i \sigma_x^* / \omega \mu_0} + \frac{\beta \sin(\phi)}{1 - \sigma_y^* / \omega \mu_0} \right), \quad (2.42)$$

$$\mu_0 \epsilon_0 \left(1 - i \frac{\sigma_x}{\omega \epsilon_0} \right) \cos(\phi) = \alpha \left(\frac{\alpha \cos(\phi)}{1 - i \sigma_x^* / \omega \mu_0} + \frac{\beta \sin(\phi)}{1 - \sigma_y^* / \omega \mu_0} \right). \quad (2.43)$$

À partir de ces expressions, on peut calculer le rapport β/α

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} \cdot \frac{1 - i \sigma_y / \omega \epsilon_0}{1 - i \sigma_x / \omega \epsilon_0},$$

expression que l'on peut réutiliser dans les relations 2.42 et 2.43 pour déterminer les valeurs de α et β

$$\alpha = \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon_0}{w_x \cos^2(\phi) + w_y \sin^2(\phi)}} \left(1 - i \frac{\sigma_x}{\omega \epsilon_0} \right) \cos(\phi), \quad (2.44)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon_0}{w_x \cos^2(\phi) + w_y \sin^2(\phi)}} \left(1 - i \frac{\sigma_y}{\omega \epsilon_0} \right) \sin(\phi), \quad (2.45)$$

$$w_x = \frac{1 - i \sigma_x / \omega \epsilon_0}{1 - i \sigma_x^* / \omega \mu_0},$$

$$w_y = \frac{1 - i \sigma_y / \omega \epsilon_0}{1 - i \sigma_y^* / \omega \mu_0}.$$

Connaissant les valeurs de α et β , il est possible de calculer H_{zx0} et H_{zy0} à partir des relations 2.40 et 2.41

$$H_{zx0} = E_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{w_x \cos^2(\phi) + w_y \sin^2(\phi)}} \cdot w_x \cos^2(\phi), \quad (2.46)$$

$$H_{zy0} = E_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{w_x \cos^2(\phi) + w_y \sin^2(\phi)}} \cdot w_y \sin^2(\phi). \quad (2.47)$$

On peut alors calculer $H_0 = H_{zx0} + H_{zy0}$

$$H_0 = E_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot \sqrt{w_x \cos^2(\phi) + w_y \sin^2(\phi)},$$

et en déduire l'expression de l'impédance d'onde $Z = E_0/H_0$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{w_x \cos^2(\phi) + w_y \sin^2(\phi)}}.$$

En supposant que la condition 2.29 est vérifiée, on a $w_x = w_y = 1$ quelque soit la fréquence de l'onde incidente. Dans ce cas, les composantes de champs sont de la forme

$$\psi = \psi_0 \cdot \exp \left(iw \left(t - \frac{x \cos(\phi) + y \sin(\phi)}{c} \right) \right) \exp \left(-\frac{\sigma_x \cos(\phi)}{\epsilon_0 c} x \right) \exp \left(-\frac{\sigma_y \sin(\phi)}{\epsilon_0 c} y \right) \quad (2.48)$$

où ψ désigne la composante de champ (E_x , E_y , H_{zx} ou H_{zy}) et ψ_0 son amplitude maximale. On peut remarquer que l'impédance d'onde se simplifie également

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

La première exponentielle dans la relation 2.48 montre qu'une onde se propage, dans le milieu PML, dans la direction normale au champ électrique à la vitesse de la lumière. Les deux autres exponentielles montrent que cette même onde décroît exponentiellement selon \vec{x} et \vec{y} . L'impédance d'onde est, quant à elle, égale à l'impédance du vide indépendamment de l'angle d'incidence. On en conclut donc que pour que les PML agissent efficacement, les deux couples (σ_x, σ_x^*) et (σ_y, σ_y^*) doivent impérativement satisfaire la relation 2.29.

Pour l'implémentation informatique, Berenger a proposé le principe de la figure 2.7. Il a pro-

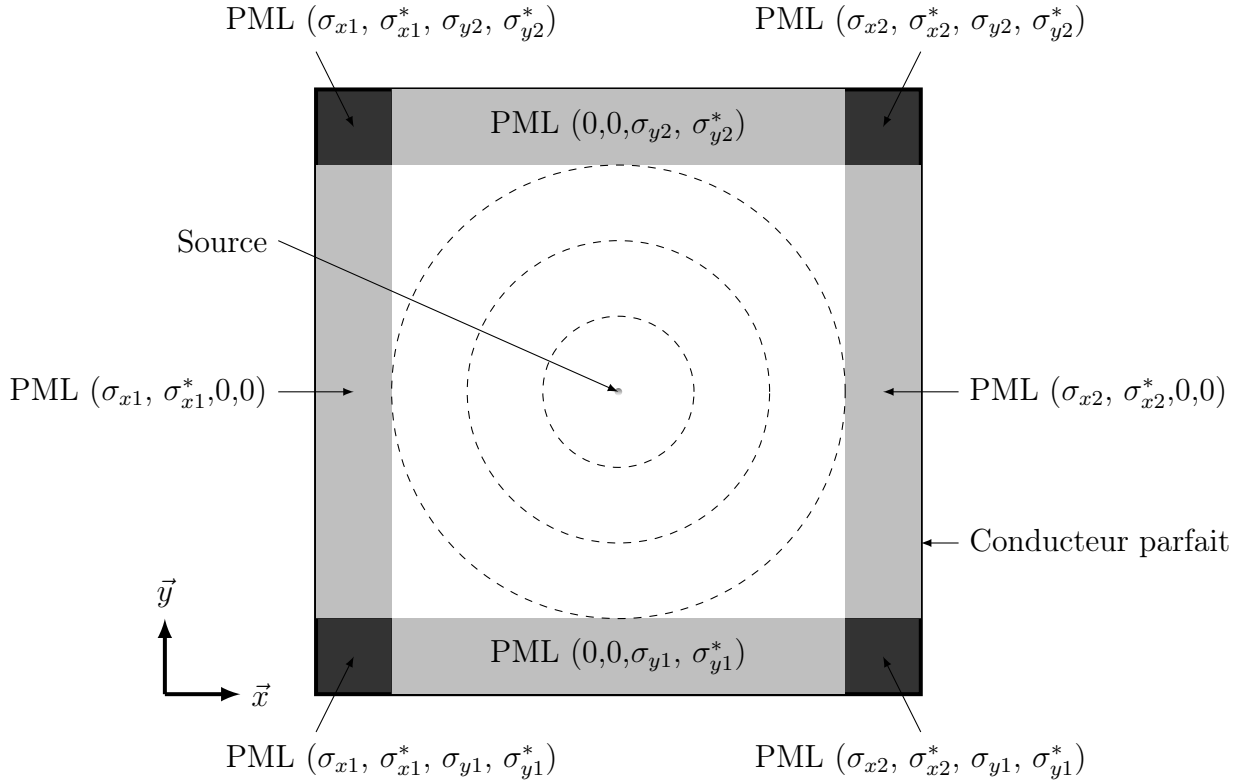


FIGURE 2.7 – Description de la grille FDTD incluant des zones PML telle qu'elle a été proposée par Berenger. σ_{x1} , σ_{x2} , σ_{y1} et σ_{y2} symbolisent des conductivités et σ_{x1}^* , σ_{x2}^* , σ_{y1}^* et σ_{y2}^* symbolisent des pertes magnétiques [119].

posé une grille FDTD entourée de zones PML qui se terminent elles-mêmes par un conducteur parfait. Sur les côtés gauche et droit, les PML sont telles que σ_x et $\sigma_x^* \neq 0$ et $\sigma_y = \sigma_y^* = 0$

et respectent la condition 2.29 afin de permettre une transmission sans réflexion parasite à l'interface entre le domaine de simulation et la zone PML. Le raisonnement est similaire pour les côtés haut et bas en inversant les rôles des couples (σ_x, σ_x^*) et (σ_y, σ_y^*) . Aux quatre coins, où il y a superposition de deux zones PML, $\sigma_x, \sigma_x^*, \sigma_y$ et $\sigma_y^* \neq 0$. Leurs valeurs sont égales à celles des zones PML qui se superposent. Berenger a également suggéré que les pertes devaient augmenter proportionnellement avec la profondeur ρ

$$\sigma(\rho) = \sigma_{max} \cdot \left(\frac{\rho}{\delta}\right)^n$$

où δ représente l'épaisseur de la zone PML, n son ordre (généralement compris entre 2 et 5) et $\sigma = \sigma_x$ ou σ_y . On obtient alors le coefficient de réflexion

$$R(\theta) = \exp(-2\sigma_{max}\delta \cos(\theta)/(n+1)\epsilon_0 c)$$

ce qui se réduit, dans le cas d'une incidence normale, à renseigner le paramètre

$$R(0) = \exp(-2\sigma_{max}\delta/(n+1)\epsilon_0 c). \quad (2.49)$$

L'hypothèse consistant à considérer que l'onde à absorber arrive quasiment en incidence normale lorsque celle-ci atteint la frontière entre le domaine de simulation et la zone PML s'est révélée être suffisante (au vu des simulations) pour réduire considérablement les réflexions parasites en bordure du domaine de simulation.

2.3.4 La méthode TF/SF

La méthode TF/SF (*Total Field/Scattered Field*) a été imaginée pour la première fois en 1982 [121, 122]. C'était la première fois qu'on parvenait à simuler la propagation d'une onde plane avec la méthode FDTD. Cela a notamment permis de prédire avec beaucoup de précision la surface équivalente radar à partir d'une illumination par une onde plane ayant un angle d'incidence totalement arbitraire.

Cette méthode est basée sur la linéarité des équations de Maxwell et la décomposition des champs électrique et magnétique comme suit

$$\begin{aligned} \vec{E}_{tot} &= \vec{E}_{inc} + \vec{E}_{diff} \\ \vec{H}_{tot} &= \vec{H}_{inc} + \vec{H}_{diff} \end{aligned}$$

Ici, \vec{E}_{inc} et \vec{H}_{inc} sont les valeurs des champs de l'onde incidente qui sont supposés être connus en tout point de la grille de simulation FDTD et à tous les instants. Ce sont les uniques valeurs des champs qui existent dans le vide. \vec{E}_{diff} et \vec{H}_{diff} sont les valeurs des champs diffusés dont on ne connaît pas initialement les valeurs. Ces champs résultent de l'interaction de l'onde incidente avec le (ou les) matériau(x) présent(s). L'algorithme de Yee peut être aussi bien être appliqué (et valide) aux composantes du champ incident, à celles du champ diffusé ou à celles du champ total. L'algorithme du code FDTD est tel qu'il est possible d'exploiter la propriété consistant à séparer le domaine de simulation en deux régions distinctes séparées par une surface virtuelle non physique servant à faire la liaison entre les deux régions comme le montre la figure 2.8. La région 1, région la plus intérieure, est appelée la zone de *champ total*. Dans cette région, l'algorithme de Yee est appliqué aux composantes de champs total qui regroupent les composantes du champ incident et celles du champ diffusé. C'est uniquement

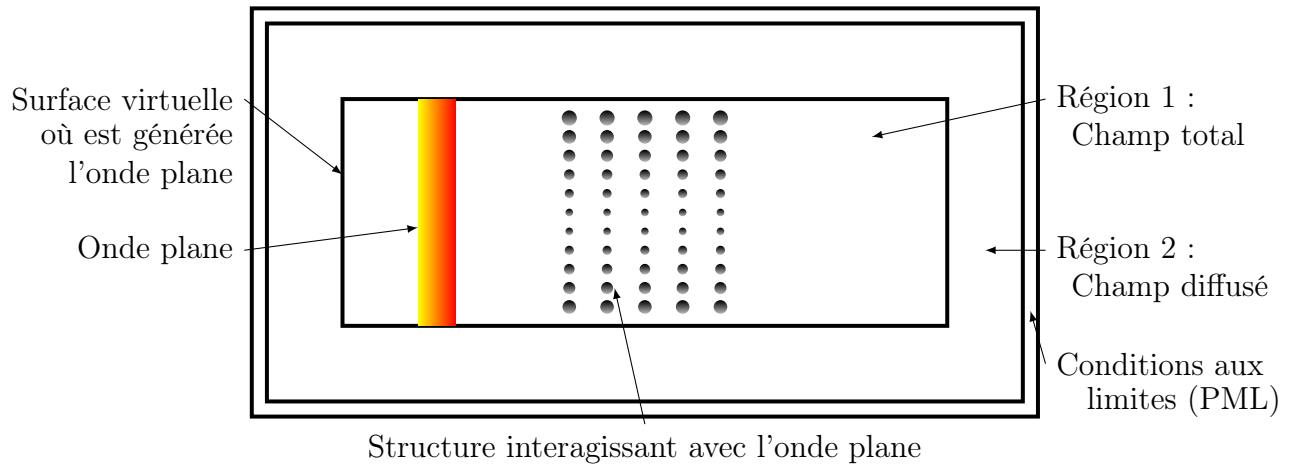


FIGURE 2.8 – Représentation graphique de la séparation d'un domaine de simulation FDTD en deux régions distinctes : la zone de champ total et la zone de champ diffusé. Ces deux zones sont reliées entre elles par une surface virtuelle non physique d'où l'onde plane est générée.

dans cette région que la structure avec laquelle l'onde plane va interagir doit être incorporée.

La région 2, entourant la région 1, est appelée la zone de *champ diffusé*. Contrairement à ce qui se passe dans la région 1, ici, l'algorithme de Yee n'est appliqué qu'aux composantes du champ diffusé. Cela implique qu'il ne peut pas y avoir d'onde incidente dans cette région. Les conditions absorbantes aux limites bordent cette région (par exemple des PML).

La condition de connexion à l'interface entre ces deux régions assure la cohérence numérique dans le calcul des dérivées dans l'espace (cf. ci-dessous) et génère simultanément une onde plane arbitraire dans la région de champ total. La forme de cette onde, sa durée ainsi que son angle d'incidence sont les paramètres que l'on peut fixer arbitrairement.

Pour décrire plus précisément ce qui se passe du point de vue numérique au niveau de l'interface entre les régions 1 et 2, nous montrons une coupe horizontale au niveau de cette interface en détaillant les composantes présentes (cf. figure 2.9). La surface virtuelle constituant l'interface entre les régions 1 et 2 contient des composantes de champs électrique et magnétique, avec lesquelles, d'après l'algorithme de Yee, il est nécessaire de réaliser des dérivées spatiales pour réaliser une itération. Lorsque la dérivée spatiale est réalisée au niveau de cette interface, se pose un problème de cohérence. En effet, au niveau de la région 1 on suppose que les composantes de champs sont des composantes du champ total alors que de l'autre côté de l'interface, dans la région 2, les composantes de champs sont supposées n'être que des composantes du champ diffusé. Il serait alors totalement incohérent de procéder à une différence arithmétique entre d'un côté des composantes de champs total et d'un autre des composantes du champ diffusé. Ce problème peut être résolu en utilisant les composantes du champ incident \vec{E}_{inc} et \vec{H}_{inc} qui, rappelons-le, sont connues en tout point de la grille de simulation et à tout instant. La figure 2.9 illustre cette solution (dans le cas d'une polarisation TM). Comme le montre cette figure, l'interface entre les deux régions se situe exactement au même niveau qu'une composante du champ électrique que l'on suppose total (au point i_L).

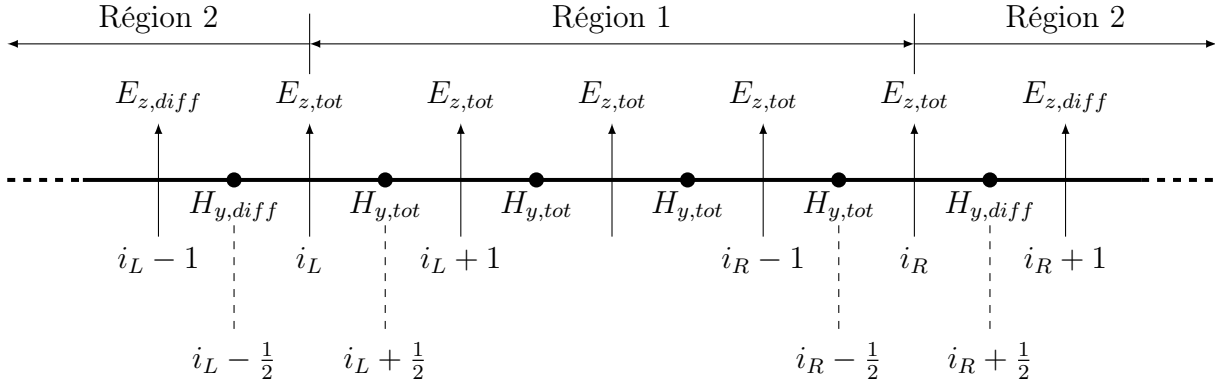


FIGURE 2.9 – Plan de coupe horizontal réalisé au niveau de l'interface entre les régions dites de *champ total* et de *champ diffusé*. Cette coupe montre quelles sont les composantes de champs présentes au niveau de cette interface et leurs positions dans la grille de simulation FDTD dans le cas d'une polarisation TM [112].

En appliquant aveuglément l'algorithme de Yee en ce point, il vient

$$E_{z,tot}|_{i_L}^{n+1} = \underbrace{E_{z,tot}|_{i_L}^n}_{\text{Supposé calculé}} + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \underbrace{\left(H_{y,tot}|_{i_L+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,diff}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}_{\text{Supposé calculé}} \quad (2.50)$$

Écrite telle quelle, la relation 2.50 est fautive car on soustrait deux composantes de champ magnétique avec des significations différentes. Par souci de cohérence, il faut soustraire la composante de champ magnétique totale $H_{y,tot}|_{i_L+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ avec une autre composante de champ magnétique totale. Ainsi, pour que l'équation 2.50 devienne correcte, on peut tout simplement ajouter un terme découlant de la présence du champ incident tel que

$$E_{z,tot}|_{i_L}^{n+1} = \underbrace{E_{z,tot}|_{i_L}^n}_{\text{Supposé calculé}} + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \underbrace{\left(H_{y,tot}|_{i_L+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,diff}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}_{\text{Supposé calculé}} - \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \underbrace{H_{y,inc}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}_{\text{Fixé}} \quad (2.51)$$

ce qui est cohérent avec ce qu'on a annoncé précédemment étant donné que

$$-H_{y,diff}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,inc}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = -H_{y,tot}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.52)$$

Un raisonnement similaire sur les composantes de champs $H_{y,diff}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$, $E_{z,tot}|_{i_R}^{n+1}$ et $H_{y,diff}|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ permet de connaître les modifications à apporter au code FDTD aux points $i_L-\frac{1}{2}$, i_R et $i_R+\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} H_{y,diff}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \underbrace{H_{y,diff}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}_{\text{Supposé calculé}} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \underbrace{\left(E_{z,tot}|_{i_L}^n - E_{z,diff}|_{i_L-1}^n \right)}_{\text{Supposé calculé}} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \underbrace{E_{z,inc}|_{i_L}^n}_{\text{Fixé}} \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned}
E_{z,tot}|_{i_R}^{n+1} = & \underbrace{E_{z,tot}|_{i_R}^n}_{\text{Supposé calculé}} + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \underbrace{\left(H_{y,diff}|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,tot}|_{i_R-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}_{\text{Supposé calculé}} \\
& + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \underbrace{H_{y,inc}|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}_{\text{Fixé}}
\end{aligned} \tag{2.54}$$

$$\begin{aligned}
H_{y,diff}|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = & \underbrace{H_{y,diff}|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}_{\text{Supposé calculé}} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \underbrace{\left(E_{z,diff}|_{i_R+1}^n - E_{z,tot}|_{i_R}^n \right)}_{\text{Supposé calculé}} \\
& + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \underbrace{E_{z,inc}|_{i_R}^n}_{\text{Fixé}}
\end{aligned} \tag{2.55}$$

L'effet des équations 2.51, 2.53, 2.54 et 2.55 est de générer une onde plane au niveau de l'interface gauche entre les régions de champ total et de champ diffusé au point i_L . Cette onde se propage dans la direction \vec{x} , interagit éventuellement avec la structure décrite dans la zone de champ total et disparaît au point i_R . Il est à souligner qu'en l'absence de structure dans la zone de champ total (i.e. le vide), l'onde plane générée traverse toute la zone de champ total et il n'y a aucun champ diffusé dans la région 2 comme le montre la figure 2.10. La méthode TF/SF offre la possibilité de choisir le profil spatial de l'onde incidente. Il peut, par exemple, être gaussien.

2.3.5 Réalisation d'un sous-maillage pour la méthode FDTD

Afin de pouvoir utiliser la méthode FDTD sur des dispositifs de faible dimension devant le pas du réseau, il peut être intéressant de pouvoir faire varier le pas spatial pour les décrire au mieux. Pour ce faire, nous présentons ici l'algorithme utilisé dans [123] qui permet de réduire *localement* le pas spatial d'un facteur 2. Il est possible d'appliquer cet algorithme plusieurs fois de suite. Dans ce cas, le facteur de réduction sera une puissance de 2. C'est ce que nous avons fait dans le cadre de cette thèse pour décrire des pistes métalliques de $35 \mu\text{m}$ d'épaisseur dans un réseau de pas $a = 12 \text{ mm}$. Nous avons effectué 5 sous-maillages successifs afin de passer d'un pas spatial local de $\Delta x = \Delta y = 0,373 \text{ mm}$ à $\Delta x = \Delta y = 11,66 \mu\text{m}$. Nous nous sommes limités à cette valeur car les ressources informatiques demandées pour simuler de tels dispositifs sont conséquentes.

Dans ce qui suit, considérons les équations de Maxwell pour un milieu linéaire, homogène, isotrope et non conducteur. Une représentation montrant la disposition des différents champs tels qu'ils sont représentés numériquement dans le cas d'une polarisation transverse magnétique (TM) est donnée figure 2.11. On souhaite y réaliser un sous-maillage. On obtient alors la figure 2.12 sur laquelle la grille au maillage fin (que nous appellerons par la suite grille fine) est délimitée par des traits épais. Apparaissent alors de nouveaux champs h_x , h_y , e_z et e_z , dits « fantômes », permettant de faire la transition de la grille large à la grille fine, que l'on repèrera donc par des lettres minuscules, aux indices $(i+\frac{1}{4}, j+\frac{1}{4})$, $(i+\frac{1}{4}, j+\frac{3}{4})$, $(i+\frac{3}{4}, j+\frac{1}{4})$ etc.

L'algorithme qui suit permet de calculer la valeur des différents champs à l'instant $n+1$ pour E_z et $n+\frac{1}{2}$ pour H_x et H_y , considérant que ceux à l'instant n pour E_z et $n-\frac{1}{2}$ pour H_x et H_y sont connus. Le champ e_z , considéré comme connu à l'instant n ($n-1$ pour les cellules

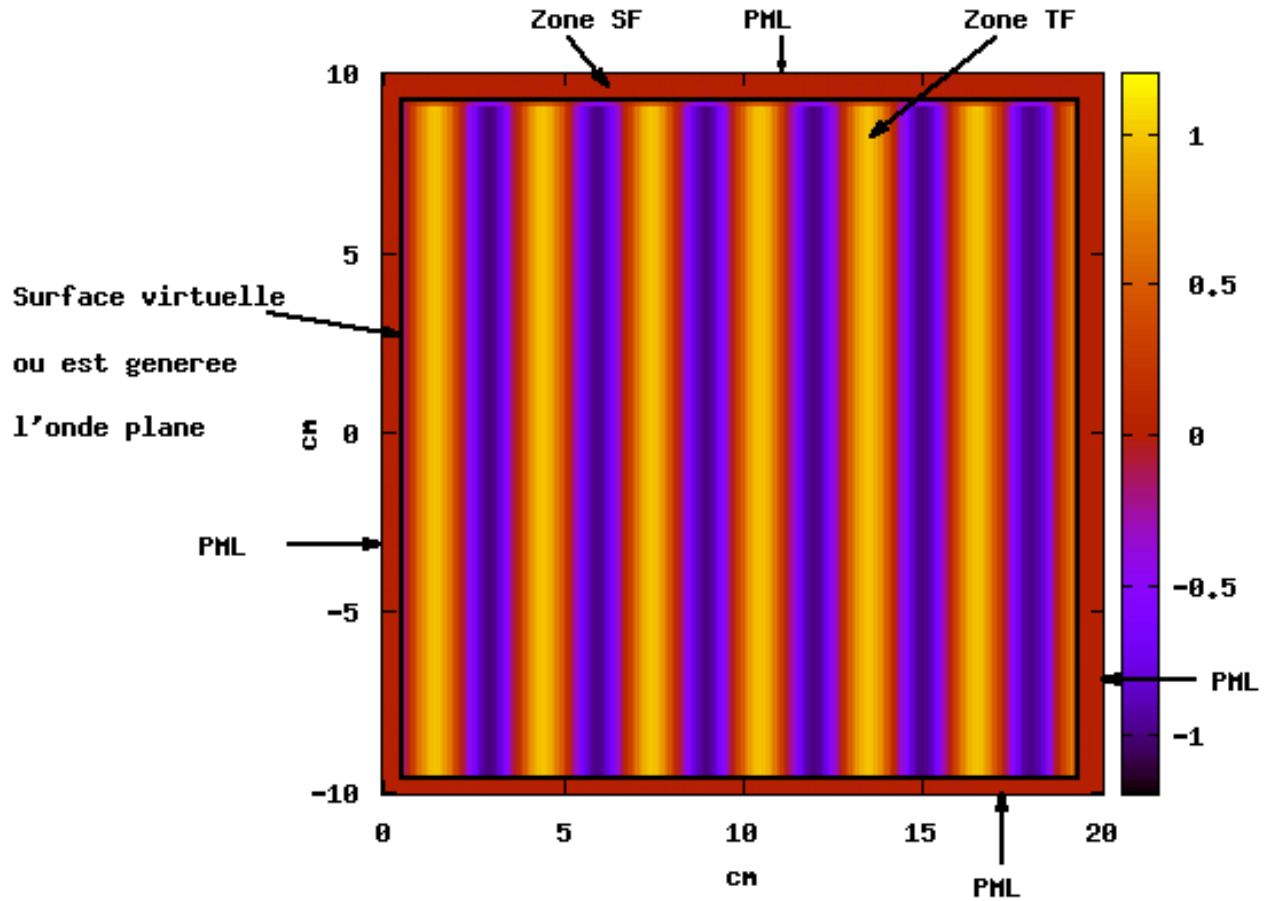


FIGURE 2.10 – Simulation de la propagation d'une onde plane sinusoïdale dans le vide à $\nu = 10$ GHz. Les différentes régions présentées sur la figure 2.8 sont repérées. Lorsque l'onde plane générée se propage dans le vide, il n'y a aucun champ diffusé dans la zone SF.

« fantômes »), est à calculer aux instants $n + \frac{1}{2}$ (on avance alors d'un demi pas temporel $\frac{\Delta t}{2}$) et $n + 1$. Enfin, les champs h_x et h_y , connus à l'instant $n - \frac{1}{4}$, seront calculés aux instants $n + \frac{1}{4}$ et $n + \frac{3}{4}$.

Algorithme

– Étape 0 :

- + Mémoriser la valeur du champ E_z^n aux quatre interfaces des deux grilles. Par exemple, en se référant à la figure 2.12, on va mémoriser $E_z^n(i - \frac{1}{2}, j - \frac{3}{2})$ à $E_z^n(i + \frac{3}{2}, j - \frac{3}{2})$.
- + Pour calculer la valeur des champs e_z « fantômes », on réalise une interpolation quadratique, nécessitant le calcul de valeurs intermédiaires que l'on obtient avec les équations 2.56 et 2.57 présentées plus loin.
- + Appliquer l'algorithme de Yee sur la grille large pour calculer $H_x^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j)$ (équation 2.23), $H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2})$ (équation 2.24) et $E_z^{n+1}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})$ (équation 2.25).

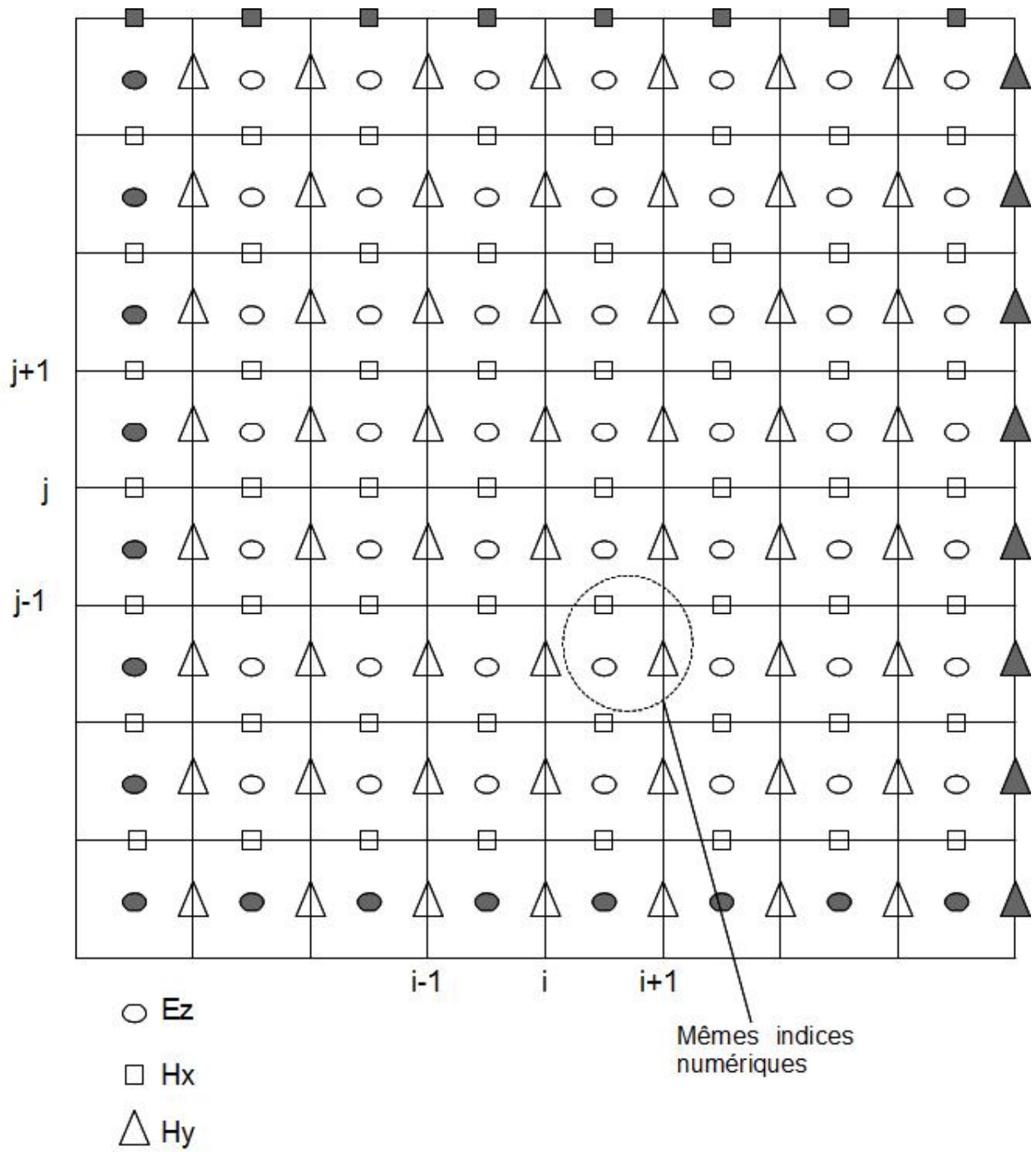


FIGURE 2.11 – Grille FDTD 2D en polarisation TM. Les différents champs H_x, H_y et E_z et leurs indices correspondants sont représentés. Les champs en bord de domaine et repérés en gris, ne pouvant être calculés à partir de l'algorithme de Yee, sont obtenus en imposant, par exemple, des conditions périodiques aux limites.

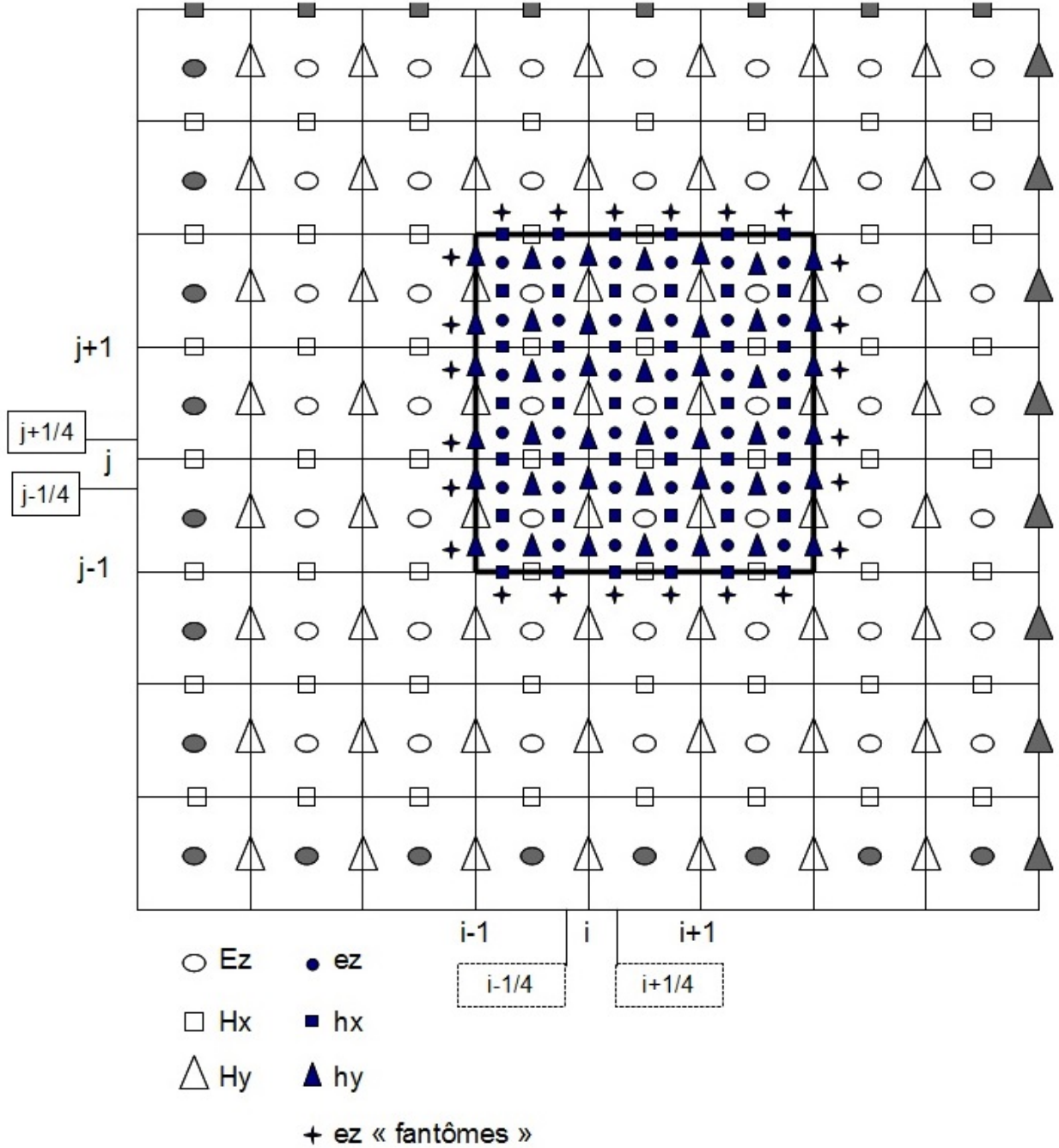


FIGURE 2.12 – Application du sous-maillage à la grille FDTD 2D en polarisation TM pour $i \in [i-1, i+2]$ et $j \in [j-1, j+2]$. Les différents champs H_x, H_y et E_z et leurs indices correspondants sont représentés. Les champs en bord de domaine et repérés en gris, ne pouvant être calculés à partir de l'algorithme de Yee, sont obtenus en imposant, par exemple, des conditions périodiques aux limites. Les champs repérés en bleu font partie de la grille fine. La liaison entre grille large et grille fine se fait par l'intermédiaire des cellules e_z dites « fantômes ».

- + Mémoriser la valeur du champ E_z^{n+1} aux quatre interfaces des deux grilles.
- + Revenir à l'instant n pour le champ E_z se trouvant aux quatre interfaces des deux grilles.
- *Étape 1 :*
 - + Calculer les champs e_z^n « fantômes » à l'aide des valeurs intermédiaires (cf. équations 2.56 et 2.57 présentées plus loin) et du champ e_z^n dans la grille fine (voir équation 2.58).
- *Étape 2 :*
 - + Appliquer l'algorithme de Yee sur la grille fine pour calculer $h_x^{n+\frac{1}{4}}(i+\frac{1}{4},j)$, $h_y^{n+\frac{1}{4}}(i,j+\frac{1}{4})$ et $e_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{4},j+\frac{1}{4})$.
 - + Mémoriser les champs $h_x^{n+\frac{1}{4}}$ et $h_y^{n+\frac{1}{4}}$ aux interfaces grille large/grille fine (nécessaires à l'étape 5 pour interpolation) de la façon suivante : $h_x^{n+\frac{1}{4}}(i-\frac{3}{4},j-1)+h_x^{n+\frac{1}{4}}(i-\frac{1}{4},j-1)$ (entourant $H_x^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j-1)$) et $h_y^{n+\frac{1}{4}}(i-1,j-\frac{3}{4})+h_y^{n+\frac{1}{4}}(i-1,j-\frac{1}{4})$ (entourant $H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1,j-\frac{1}{2})$).
- *Étape 3 :*
 - + Calculer les champs $e_z^{n+\frac{1}{2}}$ « fantômes » à l'aide des champs e_z^n « fantômes » ainsi que du champ E_z se trouvant aux quatre interfaces des deux grilles aux instants $n+1$ (mémorisés) et n (cf. équation 2.59).
- *Étape 4 :*
 - + Appliquer l'algorithme de Yee sur la grille fine pour calculer $h_x^{n+\frac{3}{4}}(i+\frac{1}{4},j)$, $h_y^{n+\frac{3}{4}}(i,j+\frac{1}{4})$ et $e_z^{n+1}(i+\frac{1}{4},j+\frac{1}{4})$
- *Étape 5 :*
 - + Remplacer les champs $H_x^{n+\frac{1}{2}}$ et $H_y^{n+\frac{1}{2}}$ où il y a recouvrement de la grille fine avec la grille large (uniquement aux interfaces grille large/grille fine) à l'aide d'une interpolation en espace et en temps obtenue grâce aux équations 2.60 et 2.61 présentées plus loin.
- *Étape 6 :*
 - + Appliquer l'algorithme de Yee sur la grille large pour calculer le champ E_z^{n+1} aux quatre interfaces des deux grilles. Notons que ces calculs font intervenir les champs $H_x^{n+\frac{1}{2}}$ et $H_y^{n+\frac{1}{2}}$ interpolés à l'étape précédente, d'où la nécessité, à l'étape 0, de revenir

à l'instant n pour le champ E_z se trouvant aux quatre interfaces des deux grilles.

– *Étape 7 :*

+ Remplacer le champ E_z^{n+1} où il y a recouvrement de la grille fine avec la grille large à l'aide d'une interpolation en espace et en temps obtenue grâce à l'équation 2.62. Pour cela, on a besoin de la somme des quatres champs e_z^{n+1} entourant chaque champ E_z^{n+1} où il y a recouvrement de la grille fine avec la grille large. Par exemple, on utilisera le terme : $e_z^{n+1}(i - \frac{3}{4}, j - \frac{3}{4}) + e_z^{n+1}(i - \frac{1}{4}, j - \frac{3}{4}) + e_z^{n+1}(i - \frac{3}{4}, j - \frac{1}{4}) + e_z^{n+1}(i - \frac{1}{4}, j - \frac{1}{4})$ pour remplacer la valeur de $E_z^{n+1}(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})$.

Détail des équations dont il est fait référence dans la description de l'algorithme

Lors de l'étape 0, il est fait état du calcul de valeurs intermédiaires — ce ne sont pas des composantes e_z « fantômes » — permettant de connaître les champs e_z « fantômes » à l'instant n . En se référant toujours aux notations de la figure 2.12, ces valeurs intermédiaires s'obtiennent ainsi

$$\begin{aligned} e_z^n(i - \frac{3}{2}, j + \frac{1}{4}) &= \frac{5}{32} E_z^n(i - \frac{3}{2}, j - \frac{1}{2}) \\ &+ \frac{15}{16} E_z^n(i - \frac{3}{2}, j + \frac{1}{2}) \\ &- \frac{3}{32} E_z^n(i - \frac{3}{2}, j + \frac{3}{2}) \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} e_z^n(i - \frac{3}{2}, j + \frac{3}{4}) &= \frac{5}{32} E_z^n(i - \frac{3}{2}, j + \frac{1}{2}) \\ &+ \frac{15}{16} E_z^n(i - \frac{3}{2}, j + \frac{3}{2}) \\ &- \frac{3}{32} E_z^n(i - \frac{3}{2}, j - \frac{1}{2}) \end{aligned} \quad (2.57)$$

Il faut prêter attention au fait que bien que nous ayons utilisé des notations minuscules pour désigner ces valeurs intermédiaires, celles-ci ne font ni partie de la grille fine ni des cellules e_z « fantômes ». Pour calculer ces dernières, à l'étape 1, l'équation utilisée est la suivante

$$\begin{aligned} e_z^n(i - \frac{5}{4}, j + \frac{1}{4}) &= \frac{8}{15} e_z^n(i - \frac{3}{2}, j + \frac{1}{4}) \\ &+ \frac{2}{3} e_z^n(i - \frac{3}{4}, j + \frac{1}{4}) \\ &- \frac{1}{5} e_z^n(i - \frac{1}{4}, j + \frac{1}{4}) \end{aligned} \quad (2.58)$$

Lors de l'étape 3 un nouveau calcul de ces valeurs est nécessaire. Elles s'obtiennent en réalisant une interpolation en temps

$$\begin{aligned} e_z^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{5}{4}, j + \frac{1}{4}) &= e_z^n(i - \frac{5}{4}, j + \frac{1}{4}) \\ &+ \frac{1}{2} \left(E_z^{n+1}(i - \frac{3}{2}, j + \frac{1}{2}) - E_z^n(i - \frac{3}{2}, j + \frac{1}{2}) \right) \end{aligned} \quad (2.59)$$

Pour réaliser l'interpolation en espace et en temps de *l'étape 5*, on utilise l'équation suivante

$$\begin{aligned} H_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j - 1) &= \frac{1}{4} \left(h_x^{n+\frac{1}{4}}(i - \frac{3}{4}, j - 1) + h_x^{n+\frac{3}{4}}(i - \frac{3}{4}, j - 1) \right) \\ &+ \frac{1}{4} \left(h_x^{n+\frac{1}{4}}(i - \frac{1}{4}, j - 1) + h_x^{n+\frac{3}{4}}(i - \frac{1}{4}, j - 1) \right) \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} H_y^{n+\frac{1}{2}}(i - 1, j - \frac{1}{2}) &= \frac{1}{4} \left(h_y^{n+\frac{1}{4}}(i - 1, j - \frac{3}{4}) + h_y^{n+\frac{3}{4}}(i - 1, j - \frac{3}{4}) \right) \\ &+ \frac{1}{4} \left(h_y^{n+\frac{1}{4}}(i - 1, j - \frac{1}{4}) + h_y^{n+\frac{3}{4}}(i - 1, j - \frac{1}{4}) \right) \end{aligned} \quad (2.61)$$

Pour réaliser celle de *l'étape 7*, l'équation utilisée est la suivante :

$$\begin{aligned} E_z^{n+1}(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}) &= \frac{1}{4} \left(e_z^{n+1}(i - \frac{3}{4}, j - \frac{3}{4}) + e_z^{n+1}(i - \frac{1}{4}, j - \frac{3}{4}) \right) \\ &+ \frac{1}{4} \left(e_z^{n+1}(i - \frac{3}{4}, j - \frac{1}{4}) + e_z^{n+1}(i - \frac{1}{4}, j - \frac{1}{4}) \right) \end{aligned} \quad (2.62)$$

Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons abordé le développement des équations de Maxwell dans le vide et dans un milieu ainsi que l'équation d'onde qui en découle. Nous avons décrit l'équation de propagation d'une onde dans un milieu. L'ensemble des méthodes numériques nécessaires aux différents calculs que nous avons eu à mener au cours de cette thèse sont abordées :

1. la méthode FDTD,
2. les conditions absorbantes aux limites (PML),
3. les conditions périodiques aux limites (PBC),
4. le tracé du diagramme de bandes et des surfaces iso-fréquence,
5. la simulation de la propagation d'une onde plane par le biais de la méthode dite de « champ total/champ diffracté »,
6. la réalisation d'un sous-maillage local à l'intérieur d'un domaine de simulation incluant soit les PBC, soit les PML.

L'ensemble des codes suivants ont été écrits en Fortran 90 pour les deux polarisations hormis pour la méthode de sous-maillage qui ne l'a été que pour la polarisation TM :

1. deux codes de calcul de structures de bandes,
2. deux codes de calcul de surfaces iso-fréquences,
3. deux codes de simulation de dispositif fini avec les méthodes PML et TF/SF,
4. un code de calcul de structures de bandes avec la méthode de sous-maillage,
5. un code de calcul de surfaces iso-fréquences avec la méthode de sous-maillage,
6. un codes de simulation de dispositif fini avec les méthodes PML et TF/SF ainsi que la méthode de sous-maillage.

Chapitre 3

Conception de lentilles à gradient d'indice

Sommaire

Introduction	59
3.1 Cristaux photoniques à gradient	60
3.2 Principe de la lentille	63
3.3 Conception d'une lentille à gradient d'indice positif en cristal photonique	65
3.3.1 Courbe d'étalonnage et profil d'indice	66
3.3.2 Simulation de la lentille à pistes de cuivre	71
3.3.3 Caractérisation expérimentale d'une lentille	73
3.3.4 Comparaison avec l'état de l'art	79
3.4 Lentille à gradient d'indice négatif	83
3.4.1 Courbe d'étalonnage et profil d'indice	83
3.4.2 Résultats de simulation	86
3.5 Lentille de Luneburg	90
3.5.1 Présentation	90
3.5.2 Principe	91
3.5.3 Lentille de Luneburg à cristal photonique en alumine	92
3.5.4 Lentille de Luneburg à cristal photonique en téflon	96
3.6 Lentilles Maxwell Fisheye et Half Maxwell Fisheye	100
3.6.1 Lentille Maxwell Fisheye	100
3.6.2 Lentille Half Maxwell Fisheye	101
3.7 Optique à gradient d'indice	102
Conclusion	106

Introduction

Dans ce chapitre sont rapportés les principaux résultats de ce travail de thèse, i.e. la réalisation de plusieurs lentilles à gradient d'indice. Elles sont constituées de cristaux photoniques à gradient de facteur de remplissage; ceux-ci sont composés à partir de cristaux photoniques Linéaires, Homogènes et Isotropes (LHI), i.e. de cristaux photoniques dont les

courbes iso-fréquences sont circulaires à la fréquence de fonctionnement. Ces lentilles ont été conçues pour les domaines allant des micro-ondes à celui de l'optique ; leurs applications sont donc variées. Nous avons conçu des lentilles avec des gradients d'indice 1D, puis à 2D. Nous avons tout d'abord conçu deux lentilles plates à gradient d'indice 1D, indice positif puis indice négatif. Ensuite, nous avons conçu plusieurs lentilles à gradient 2D, notamment une lentille de Lüneburg et une lentille Half Maxwell Fisheye, dont les applications aux antennes sont importantes. En effet, un tel type de lentilles permet d'envisager facilement, par exemple, le « dépointage » d'une antenne, substituant une seule antenne à plusieurs sources à un réseau d'antennes à déphasage [124]. Dans le domaine optique, les lentilles à gradient d'indice à cristal photonique sont adaptées au pompage optique compact et ultra-localisé des microcavités, à l'excitation localisée de substances biologiques ou de matériaux organiques.

Enfin, nous nous sommes intéressés à la réalisation de lentilles optiques à gradient d'indice dites « SELFOC® ». Les applications typiques de ces dernières sont la collimation du faisceau issu d'une fibre optique, le couplage entre diode laser et fibre optique, la focalisation d'un laser sur un détecteur, etc. Cependant, leur fabrication requiert des procédés relativement sophistiqués : par exemple, l'échange ionique dans des verres placés dans des bains de sels fondus [125]. Les procédés de lithographie couramment utilisés pour la fabrication des cristaux photoniques semblent de fait parfaitement adaptés aux lentilles à gradient d'indice à cristal photonique.

Ces différentes lentilles ont été conçues, puis leur fonctionnement simulé, au moyen des outils numériques présentés dans le chapitre 2, i.e. des codes sources mettant en œuvre la méthode FDTD. Les structures de bandes et les surfaces iso-fréquences ont d'abord été calculées pour trouver la gamme de fonctionnement LHI des cristaux photoniques, ce qui a permis de concevoir les lentilles, puis de simuler leur fonctionnement.

Des résultats importants reportés dans ce chapitre concernent la conception, la fabrication et la caractérisation d'une lentille plate à gradient d'indice fonctionnant dans la bande X des micro-ondes. Cette lentille focalise une onde plane incidente et collimate l'onde émise par une source ponctuelle située dans son plan focal. Si cette lentille constitue en soi un démonstrateur et valide la démarche mise en œuvre pour la concevoir, ses applications potentielles concernent particulièrement les antennes.

3.1 Cristaux photoniques à gradient

Les premiers travaux mettant en œuvre des *cristaux photoniques à gradient* remontent aux travaux de E. Centeno et D. Cassagne [3]. Ils ont montré qu'ils étaient capables d'améliorer le contrôle de la direction de propagation de la lumière à l'échelle du micromètre. Pour ce faire, ils se sont proposés de modifier graduellement la périodicité du réseau constitutif du cristal photonique utilisé. Ils sont parvenus à produire un dispositif capable de faire réaliser un virage à la lumière comme le montre la figure 3.1 à droite. Le cristal photonique utilisé est un cristal photonique bidimensionnel à maille rectangulaire de trous d'air de rayon 190 nm dans un matériau diélectrique dont l'indice optique est égal à $n = 3,21$ (InP). Un des côtés a une dimension fixée à $d_x = 510$ nm tandis que la longueur de l'autre côté d_y est modifié de façon à obtenir trois ratios $\rho = d_y/d_x$: 1,00 ; 1,04 et 1,08. Il s'agit donc d'un gradient de maille. Les conséquences sur les courbes iso-fréquences, pour une longueur d'onde de $\lambda = 1550$ nm, sont

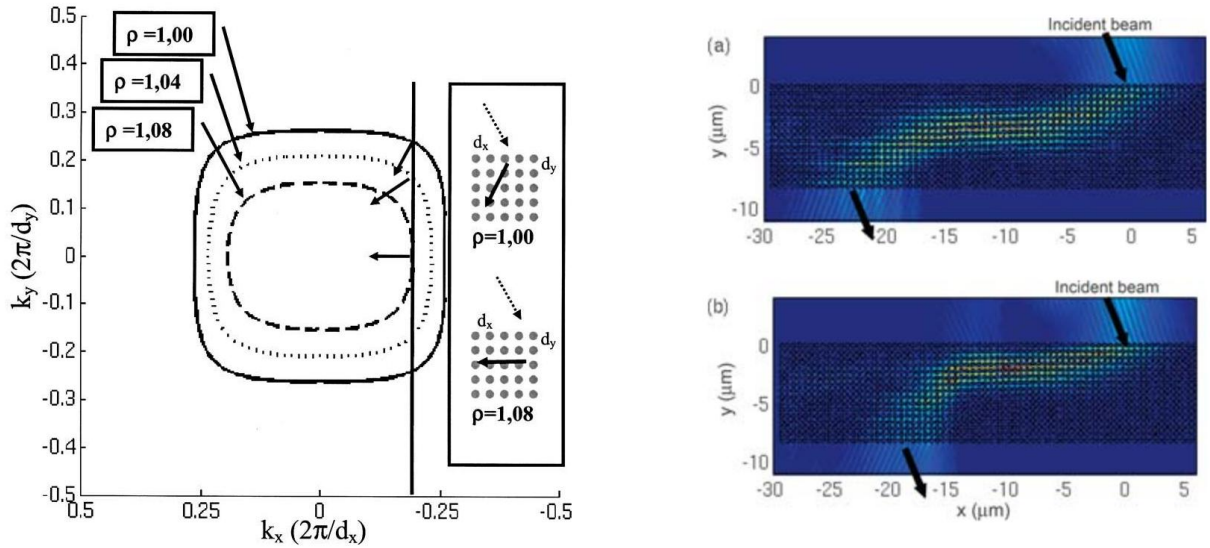


FIGURE 3.1 – Mise en évidence des possibilités des cristaux photoniques à gradient dans le contrôle de la lumière. En jouant sur un des paramètres de maille, on modifie les courbes iso-fréquences (figure de gauche) et, de surcroît, la direction du vecteur d'onde. On obtient alors un meilleur contrôle de la direction de propagation d'une onde électromagnétique (figure de droite) [3].

montrées à gauche de la figure 3.1. On voit que pour un vecteur d'onde incident fixé (l'angle d'incidence vaut 11°), la conséquence de cette variation est la modification de la direction du vecteur d'onde transmis dans le cristal photonique donnée par

$$\mathbf{v}_g = \nabla_k \omega(\mathbf{k}). \quad (3.1)$$

La figure 3.1 montre les résultats obtenus après un placement judicieux des trous d'air. Sur cette figure, l'onde incidente, après passage dans la structure conçue, est décalée de $22 \mu\text{m} \approx 14 \cdot \lambda$ (figure du haut) tout en conservant le même angle d'incidence d'origine. En réalisant la même expérience pour une longueur d'onde de $\lambda = 1530 \text{ nm}$, ce décalage latéral n'est plus que de $18 \mu\text{m} \approx 12 \cdot \lambda$ (figure du bas). Cette observation montre la forte dépendance en longueur d'onde : une variation de $\Delta\lambda = 20 \text{ nm}$ entraîne un écart de $4 \mu\text{m}$ sur le décalage latéral soit une dépendance en longueur d'onde de $0,2 \mu\text{m}/\text{nm}$. Forts de ces résultats, ils ont montré qu'ils étaient capables d'imiter un effet naturel : le mirage atmosphérique [126]. En appliquant le même principe que nous venons de présenter (variation d'un paramètre de maille, tous les autres restant fixés), ils ont abouti au résultat présenté sur la droite de la figure 3.2. Comme dans [3], il a fallu modifier très légèrement un seul paramètre de maille (la distance d_y) pour obtenir un contrôle total de la direction de propagation de l'onde électromagnétique dans la structure constituée de cristaux photoniques présentant exactement les mêmes caractéristiques que le premier cas étudié. Il s'agit donc une nouvelle fois d'un gradient de maille. La longueur d'onde vaut $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ et le flux lumineux est courbé sur environ $20 \mu\text{m}$ soit $\approx 12,9\lambda$. Les résultats reportés sont issus de simulations.

En 2008, ce phénomène — le mirage photonique — a été montré expérimentalement dans le domaine des micro-ondes ($\nu \sim 10 \text{ GHz}$) en réalisant la structure présentée à gauche sur la figure 3.3 [4]. Elle est constituée de tiges métalliques régulièrement espacées avec un décalage

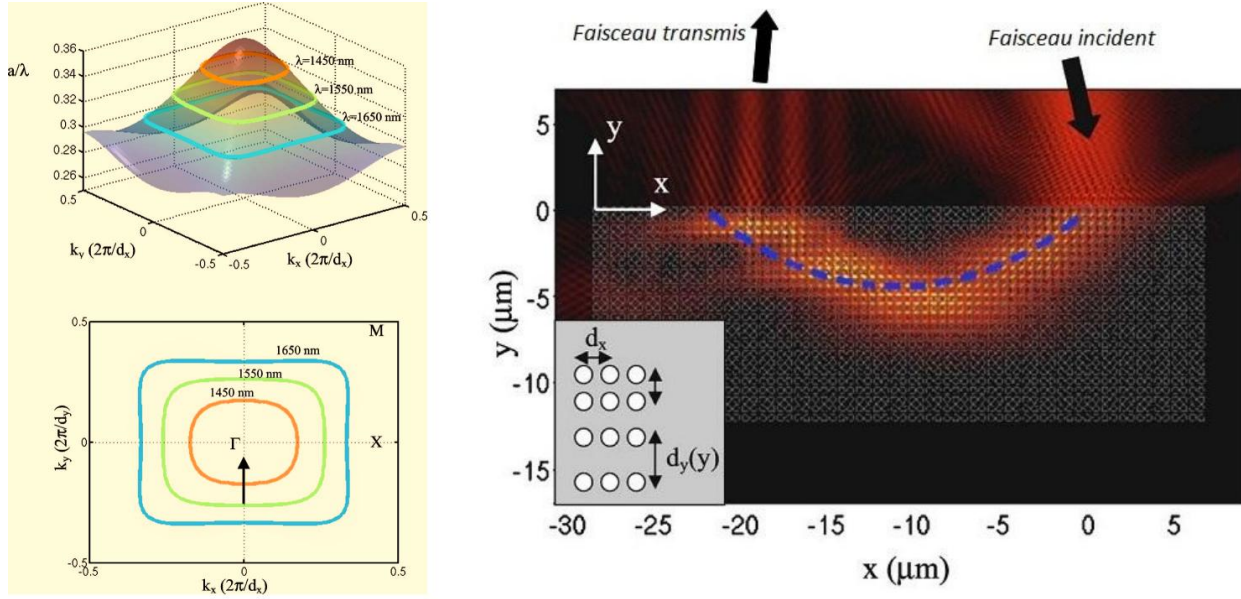


FIGURE 3.2 – Mise en évidence de la possibilité offerte par les cristaux photoniques à gradient : en jouant sur le facteur d'aspect $\Delta x/\Delta y$ qui est très légèrement modifié, il est possible de d'imiter l'effet de mirage atmosphérique (à droite). Cela est rendu possible par le fait que la direction du vecteur d'onde de l'onde électromagnétique qui traverse la structure est fixée par la normale aux courbes iso-fréquences comme le montre la figure de gauche [126].

variable dans la direction verticale. Le gradient de maille se traduit donc par une variation de la maille, dont une dimension varie linéairement de 1,33 cm (haut de la structure) à 0,67 cm. L'onde incidente fait un angle de 30° avec l'axe \vec{y} . La figure 3.3 montre qu'elle est courbée à l'intérieur du dispositif et ressort décalée d'environ 30 cm $\approx 10 \cdot \lambda$, valeur bien inférieure à ce qui est observé avec l'effet naturel du mirage atmosphérique, qui est plutôt de l'ordre de la dizaine de kilomètres. Ils montrent que la majorité de l'énergie de l'onde incidente ressort du même côté que par celui par lequel elle est entrée et que plus de 70% de l'énergie incidente est transmise.

Ces résultats montrent que, *pour une fréquence donnée*, la variation de quelques pour-cent d'un paramètre constitutif de la maille d'un cristal photonique sur une période du réseau périodique :

- de maille,
- de facteur de remplissage,
- de permittivité diélectrique,

permet d'envisager une ingénierie du gradient pour contrôler la direction du vecteur d'onde. En effet, localement, les propriétés du cristal photonique peuvent être déduites de la structure de bandes [3]. Les cristaux photoniques à gradient ont été utilisés pour, par exemple, mettre en évidence la propagation asymétrique de la lumière dans des cristaux photoniques [127] et courber la lumière [128, 129]. Il a également été mis en évidence la possibilité de contrôler la direction de propagation de la lumière en jouant sur l'orientation de tiges elliptiques [130].

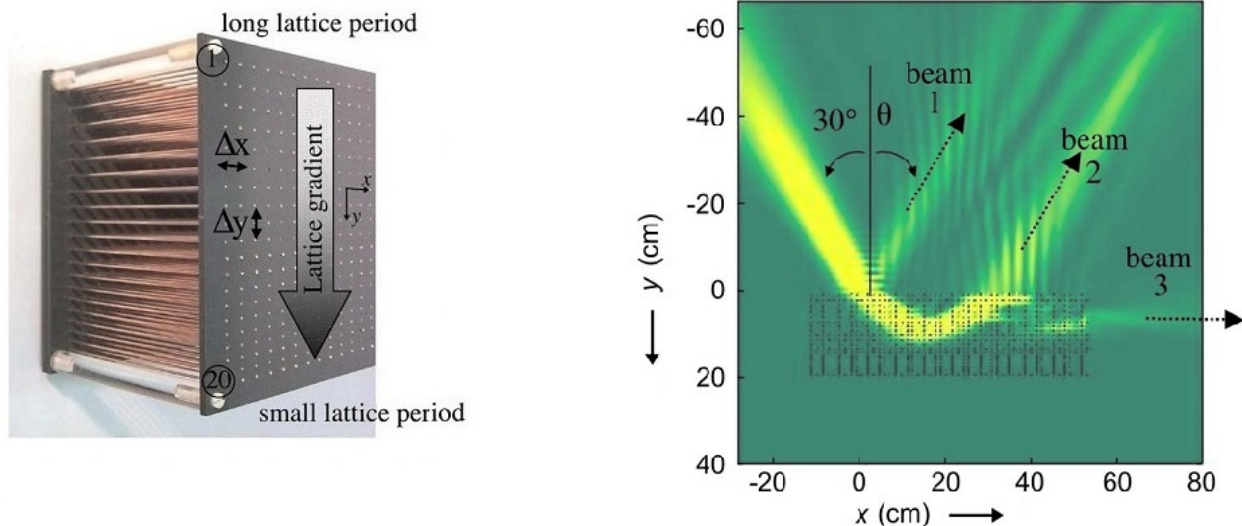


FIGURE 3.3 – Mise en évidence expérimentale de l'effet de mirage photonique dans le domaine des micro-ondes grâce au cristal photonique à gradient présenté à gauche. Il s'agit d'une structure constituée de tiges métalliques régulièrement espacées avec un décalage variable dans la direction verticale. Il varie linéairement de 1,33 cm (haut de la structure) à 0,67 cm (bas de la structure). À droite, les résultats de simulation montrent que l'onde incidente est décalée d'environ $30 \text{ cm} \approx 10 \cdot \lambda$, valeur bien inférieure à ce qui est observé avec l'effet naturel du mirage atmosphérique, qui est plutôt de l'ordre de la dizaine de kilomètres. La majorité de l'énergie de l'onde incidente ressort du même côté que par lequel elle est entrée et plus de 70% de l'énergie incidente est transmise [4].

Tout ce qui a été présenté jusqu'alors dans ce chapitre fait état de structures artificielles permettant de produire un nombre conséquent de fonctions dont le contrôle de la direction de propagation d'ondes électromagnétiques. Il a été mis en évidence la possibilité de reproduire des phénomènes naturels. Nous n'avons cependant pas évoqué le cas de la focalisation, que l'on retrouve chez les êtres vivants sur Terre. Ils sont naturellement dotés d'yeux fonctionnant comme des lentilles à gradient d'indice, permettant ainsi de distinguer les formes et contours de notre environnement [131]. Dans ce qui suit, nous nous proposons donc de reproduire cette fonction et concevoir une lentille artificielle convergente à gradient de facteur de remplissage avec des cristaux photoniques bidimensionnels dans le domaine des micro-ondes. Nous verrons également quelques exemples d'applications.

3.2 Principe de la lentille

Pour concevoir des lentilles à gradient d'indice, nous nous sommes appuyés sur les travaux de O. Pinchuk et George C. Schatz qui ont proposé une lentille plate convergente à base de méta-matériaux [132]. À travers leur étude, ils montrent qu'il existe une manière relativement simple d'obtenir une équation régissant l'évolution de l'indice effectif d'un milieu en fonction des caractéristiques de la lentille plate que l'on souhaite concevoir (cf. figure 3.4). Il s'agit d'un modèle simplifié de lentille à gradient d'indice qui a l'avantage de nécessiter très peu de couches pour réaliser les deux fonctions que nous allons étudier, à savoir la focalisation et la collimation. Il ne s'agit donc pas d'une « super-lentille ». Cette lentille se comporte comme

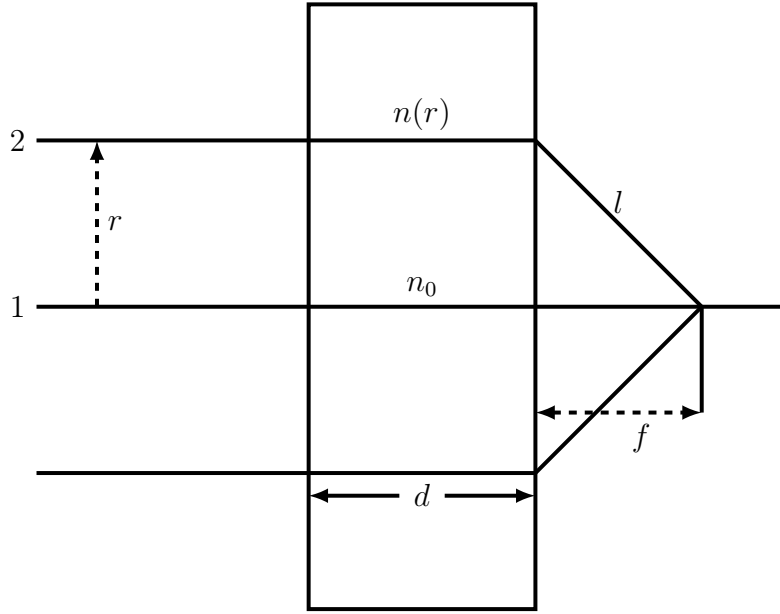


FIGURE 3.4 – Lentille plate à gradient d’indice telle que décrite par O. Pinchuk et George C. Schatz. n_0 est l’indice de réfraction le long de l’axe de la lentille, $n(r)$ est l’indice de réfraction à une distance r de l’axe de la lentille, d est son épaisseur et f sa distance focale [132].

un compensateur de phase, les chemins optiques 1 et 2 sont donc égaux (cf. figure 3.4), ce qui permet d’écrire

$$n(r) \cdot d + l = n_0 \cdot d + f \quad (3.2)$$

où n_0 est l’indice de réfraction le long de l’axe de la lentille, $n(r)$ est l’indice de réfraction à la distance r de l’axe de la lentille, d est son épaisseur, f sa distance focale et $l = \sqrt{r^2 + f^2}$. La lentille considérée est plane : les rayons de courbure de ses deux dioptries sont donc infinis. C’est *a priori* une lentille mince, puisque son épaisseur est très faible devant les rayons de courbure. Les épaisseurs des lentilles que nous étudierons ne seront cependant pas très grandes devant la longueur d’onde de fonctionnement. De plus, ce sont des lentilles à gradient d’indice et elles ne sont donc pas constituées de milieux homogènes. Pour les systèmes optiques dits « épais » que sont les lentilles à gradient d’indice utilisées en optique, la *distance focale* se calcule à partir des *plans principaux*, et se distingue de la *distance frontale*, distance qui sépare le plan focal du dioptré de sortie [133]. Dans le cas du modèle utilisé, nous considérons les distances focale et frontale comme à peu près égales.

De l’équation 3.2, l’expression du profil d’indice $n(r)$ se déduit aisément

$$n(r) = n_0 - \frac{1}{d} \left(\sqrt{r^2 + f^2} - f \right) \quad (3.3)$$

Comme le montre la figure 3.5, n_0 peut aussi bien être positif ou négatif tout comme le gradient du profil qui, s’il est positif, servira à concevoir une lentille divergente. À l’inverse, si ce gradient est négatif, la lentille conçue sera convergente [132]. C’est ce modèle que nous avons utilisé pour concevoir nos premières lentilles que nous avons choisies convergentes. Nous avons ainsi conçu une lentille à gradient d’indice positif et une à gradient d’indice négatif.

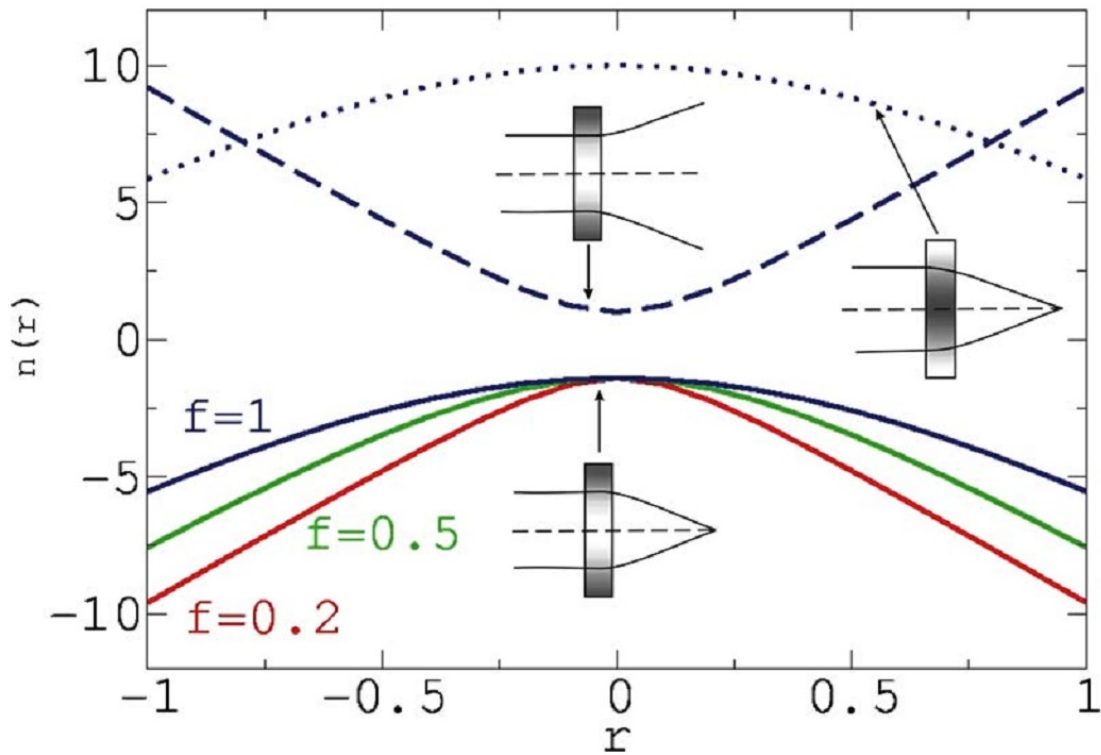


FIGURE 3.5 – Profils d'indice obtenus à partir de l'équation 3.3 pour la lentille plate. n_0 peut aussi bien être positif ou négatif tout comme le gradient du profil qui, s'il est positif, servira à concevoir une lentille divergente. À l'inverse, si ce gradient est négatif, la lentille conçue sera convergente [132].

3.3 Conception d'une lentille à gradient d'indice positif en cristal photonique

Nous avons considéré des cristaux photoniques métalliques pour des applications dans le domaine des micro-ondes, telles que des antennes [134–137] car, à ces fréquences, les métaux présentent très peu de pertes ohmiques [138]. Qu'il s'agisse d'une lentille à gradient d'indice positif ou négatif — c'est l'indice qui est soit positif, soit négatif et non pas le gradient —, la démarche à suivre pour concevoir de telles lentilles est la même, à savoir [11] :

1. choisir un cristal photonique pour lequel les courbes iso-fréquences sont circulaires dans la gamme de fréquences considérées,
2. choisir le gradient (de maille, de facteur de remplissage, de permittivité diélectrique),
3. établir la courbe d'étalonnage, obtenue à partir des courbes iso-fréquences, qui donnera la variation d'indice effectif n_{eff} disponible en fonction du paramètre réalisant le gradient,
4. après avoir fixé les paramètres de la lentille, tracer son profil d'indice $n(r)$ à partir de la relation 3.3 donnant l'indice n en fonction de la distance r par rapport à l'axe de la lentille.

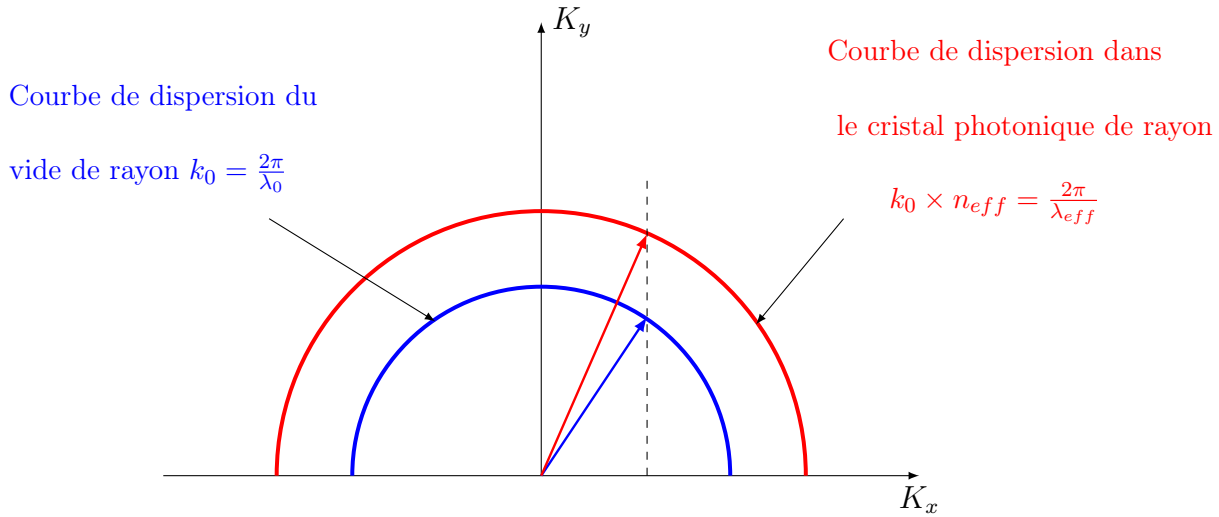


FIGURE 3.6 – Relation de dispersion dans le plan $(k_x; k_y)$, pour une fréquence donnée, d'un cristal photonique LHI. La courbe de dispersion du vide est représenté en bleu et la courbe de dispersion du cristal photonique en rouge. La composante k_x du vecteur d'onde est conservée. Dans ce cas, $n_{eff} > 1$.

Dans le cadre de cette thèse, nous travaillons essentiellement dans les bandes pour lesquelles on trouve des courbes iso-fréquences circulaires. La présence de ces courbes iso-fréquences circulaires signifie que le milieu est Linéaire, Homogène et Isotrope (LHI).

Dans ces conditions, il est relativement aisé de calculer l'indice effectif n_{eff} . Pour cela, il suffit de faire le ratio entre le rayon de la courbe iso-fréquence dans le cristal photonique et celui obtenu à partir de la relation de dispersion dans le vide (cf. figure 3.6) : c'est la conservation de la composante tangentielle à l'interface entre les deux milieux.

3.3.1 Courbe d'étalonnage et profil d'indice

Dans un premier temps, nous avons utilisé des cristaux photoniques constitués de tiges métalliques dont nous avons fait varier le diamètre D . Le facteur de remplissage η est donné par

$$\eta = \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot a^2} \quad (3.4)$$

où a est le pas du réseau carré. Nous avons démontré, en simulation, ses capacités de focalisation et de collimation :

1. une onde plane sinusoïdale incidente est focalisée à 5 cm de l'interface de sortie,
2. une coupe réalisée au niveau du plan focal a montré que le champ électrique a l'allure d'un sinus cardinal,
3. une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle placée à la distance focale est transformée en onde plane sinusoïdale.

Le pas du réseau qui a été choisi est de $a = 12$ mm et la fréquence $\nu = 12$ GHz ($a/\lambda = 0,48$ où λ est la longueur d'onde). Nous avons travaillé dans la première bande permise, à l'intérieur de laquelle les courbes iso-fréquences sont circulaires. Cette lentille est constituée de cinq couches de tiges métalliques dont les facteurs de remplissage augmentent au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'axe de la lentille dans le sens perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente. Il s'agit donc d'un gradient 1D. La figure 3.7 montre le schéma de principe de cette lentille. Étant donné que l'épaisseur de la lentille ($d = 60$ mm)

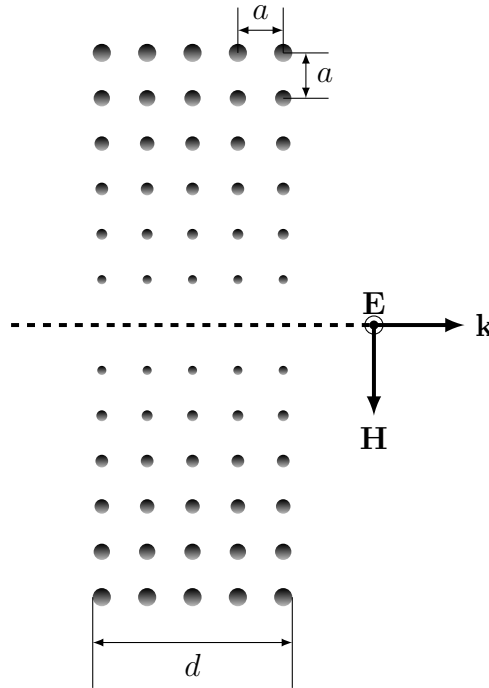


FIGURE 3.7 – Schéma de principe de la lentille à gradient d'indice positif. Le gradient est 1D. Elle est constituée de tiges de cuivre de diamètres croissant de l'axe aux bords. Le réseau est carré et le pas de la maille vaut $a = 12$ mm. La direction du vecteur d'onde \mathbf{k} est perpendiculaire au gradient [11].

est de l'ordre de grandeur de la distance focale, nous ne pouvons pas dire qu'il s'agit d'une lentille mince. L'ensemble de ces résultats a fait l'objet d'une publication dans la revue *Optics Communications* [11]. Nous ne rapportons pas dans ce manuscrit les résultats correspondants pour éviter des redites. Devant le coût élevé que représente la fabrication des 60 tiges métalliques de différents diamètres, nous avons préféré, dans un deuxième temps, utiliser des cristaux photoniques constitués de pistes métalliques gravées sur des plaques de circuit imprimé, technologie facile à mettre en œuvre et beaucoup moins coûteuse. Cela a permis la fabrication d'un dispositif qu'il a été possible de caractériser. Il a fallu cependant reconsidérer « l'outil de simulation numérique », car le motif métallique est alors beaucoup plus petit que la dimension de la maille.

Pour calculer les structures de bandes ainsi que les courbes iso-fréquences, nous avons développé un code de sous-maillage, dont l'algorithme issu de [123] est présenté dans le chapitre 2, car l'épaisseur des pistes métalliques ($35 \mu\text{m}$) est très faible devant le pas du réseau carré que nous avons gardé égal à $a = 12$ mm. Il a été nécessaire de répéter ce sous-maillage sur cinq grilles consécutives et ainsi obtenir, sur la grille au maillage le plus fin, un pas spatial

de $\Delta x = 11,66 \mu\text{m}$. Au-delà, les ressources informatiques demandées sont trop conséquentes et les temps de calcul très élevés. Mais le code de calcul des structures de bandes et des surfaces iso-fréquences a l'avantage d'être parallélisable, ce qui peut les réduire considérablement. Nous n'avons pas pu paralléliser ce code, cependant, compte-tenu des contraintes sur le temps maximal alloué pour l'exécution de programmes au Centre de Ressources Informatiques de l'université Paris-Sud (48 heures), le calcul de chaque surface iso-fréquence a dû être découpé en plusieurs programmes correspondant à des parties différentes de la zone de Brillouin irréductible. Elles ont ensuite été rassemblées pour obtenir la surface iso-fréquence complète.

Pour cette lentille, nous avons conservé l'épaisseur d égale à 60 mm et modifié la distance focale : $f = 15 \text{ cm}$. Ces pistes sont gravées sur des plaques de circuit imprimé (du FR4, un substrat dont la permittivité diélectrique relative vaut $\epsilon_r = 4,8$) ; nous avons négligé les pertes lors des simulations. La conductivité des pistes, quant à elle, a été prise en compte : $\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \text{ S/m}$. La fréquence de fonctionnement a été choisie afin que pour l'ensemble des pistes choisies, les courbes iso-fréquences soient circulaires. Nous sommes donc restés dans la première bande permise comme le montre la figure 3.8 représentant les structures de bandes pour les deux facteurs de remplissage extrêmes qui ont été utilisés. La ligne horizontale marron correspond à la fréquence choisie, i.e. $\nu = 9,6 \text{ GHz}$ soit, en fréquence normalisée $a/\lambda = 0,384$ ($\lambda \approx 2,6 \cdot a$). Pour établir une courbe d'étalonnage $n_{eff}(w)$, nous avons donc tracé les courbes iso-fréquences obtenues pour des pistes métalliques en faisant varier le facteur de remplissage η qui est défini par

$$\eta = \frac{tw}{a^2} \quad (3.5)$$

où w est la largeur variable de la piste, t son épaisseur constante et égale à $35 \mu\text{m}$ et a le pas du réseau. La valeur de η va de 0 (pas de piste) à $1,215 \cdot 10^{-3}$. Pour la faire varier, nous avons modifié la largeur des pistes entre 0 et 5 mm. Dans un premier temps, nous n'avons pas tenu compte de la présence du substrat et nous avons mené l'ensemble des calculs pour un fonctionnement à $\nu = 10 \text{ GHz}$ en polarisation TM. La figure 3.9 montre que, pour l'ensemble des pistes choisies, les courbes iso-fréquences sont bien circulaires. De ce fait, le calcul de l'indice effectif n_{eff} pour chaque largeur de piste considérée est aisée : nous faisons le ratio entre le rayon de la courbe iso-fréquence du cristal photonique et la rayon de la courbe iso-fréquence issue de la relation de dispersion dans le vide i.e. le cône de lumière (cf. figure 3.6). Cela revient à faire le ratio entre les composantes tangentielles des vecteurs d'ondes incident et transmis comme cela a déjà été dit. Les indices effectifs alors obtenus sont reportés dans le tableau 3.1. La courbe d'étalonnage $n_{eff}(w)$ s'en déduit par une interpolation par la méthode des moindres carrés d'ordre 3. L'équation obtenue par cette interpolation permettant le calcul de la largeur des pistes en fonction de l'indice effectif est

$$n_{eff}(w) = -0,01177 \cdot w^3 + 0,07542 \cdot w^2 + 0,26353 \cdot w + 0,9948 \quad (3.6)$$

La figure 3.10 montre cette courbe d'étalonnage, i.e. la variation de l'indice effectif en fonction de la largeur de piste w utilisée : $n_{eff} = n_{eff}(w)$. On peut constater que $n_{eff} \leq 1$, le cristal photonique étant métallique.

Le profil d'indice parabolique $n(r)$ de la lentille à gradient d'indice sans prise en compte du substrat est donné par la figure 3.11 (courbe bleue). Il a été obtenu à partir des caractéris-

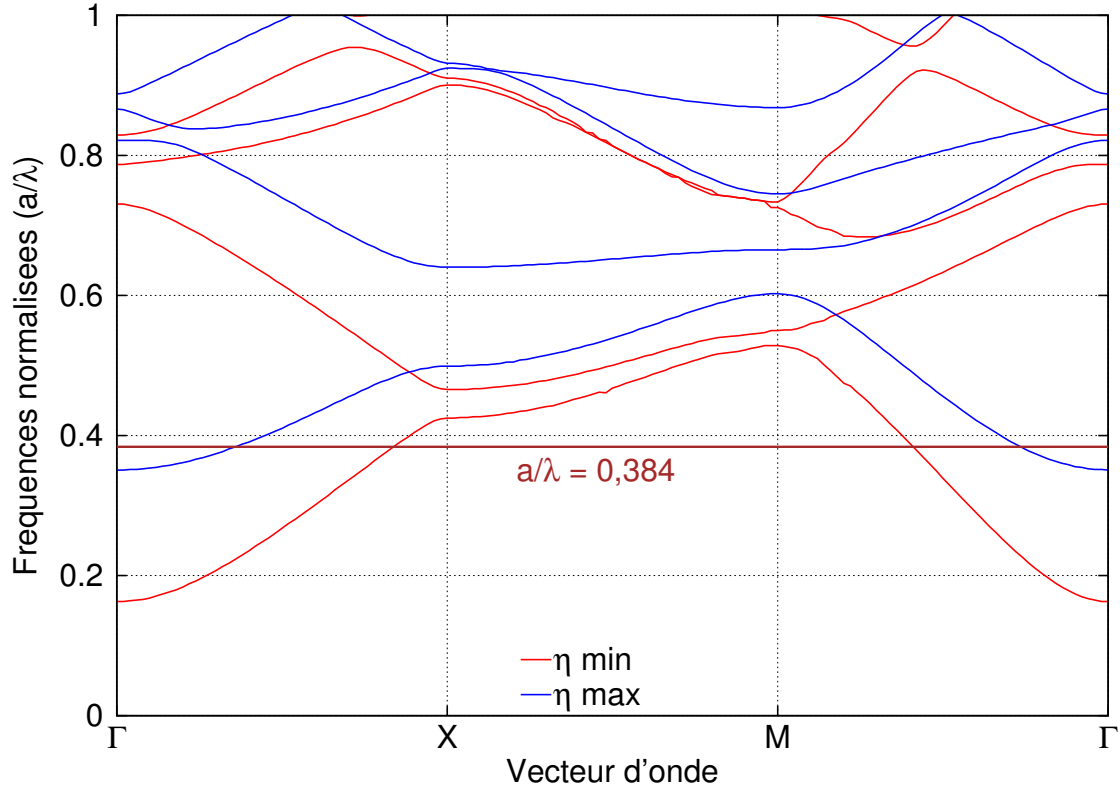


FIGURE 3.8 – Structures de bandes d'un cristal photonique à maille carrée de pas $a = 12$ mm à pistes métalliques sur substrat diélectrique. Les deux structures de bandes pour les deux facteurs de remplissage extrêmes utilisés sont représentées. La ligne horizontale marron indique la fréquence de fonctionnement ($a/\lambda = 0,384$) située dans la première bande permise, où les courbes iso-fréquences sont circulaires. La polarisation est transverse magnétique (TM).

Largeur de piste w (mm)	Facteur de remplissage η (10^{-3})	n_{eff}
0,00	0,000	1,00
0,76	0,185	0,817
1,00	0,243	0,796
2,00	0,486	0,694
3,00	0,729	0,551
4,00	0,972	0,397
5,00	1,215	0,091

Tableau 3.1 – Indices effectifs n_{eff} en fonction de la largeur des pistes de cuivre.

tiques suivantes

$$\begin{aligned}
 n_0 &= 1 \\
 d &= 6 \text{ cm} \\
 f &= 15 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

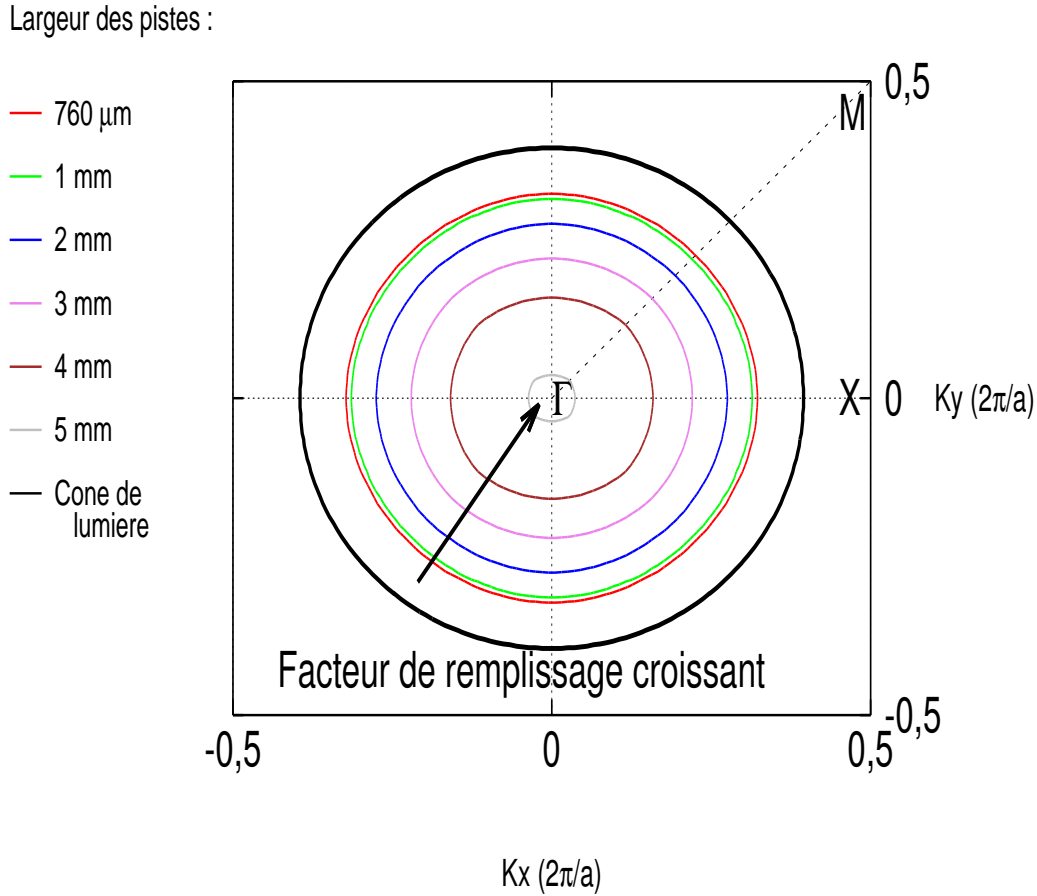


FIGURE 3.9 – Courbes iso-fréquences dans la première bande permise à $\nu = 10$ GHz d'un cristal photonique métallique à maille carrée. Le pas $a = 12$ mm ($a/\lambda = 0,4$). Il est constitué de pistes de cuivre de $35 \mu\text{m}$ d'épaisseur dont on a fait varier la largeur. Celles-ci sont dans l'air. La polarisation est transverse magnétique (TM). Le rayon des courbes iso-fréquences du cristal photonique est inférieur à celui du cône de lumière, donc $n_{eff} \leq 1$.

Les dimensions des pistes à utiliser pour respecter ce profil d'indice sont données dans le tableau 3.2. Tous les calculs réalisés jusqu'ici ont été faits en supposant que les pistes de cuivre se trouvaient dans l'air, ce qui n'est physiquement pas possible. Mais l'influence du substrat sur lequel sont gravées ces pistes est suffisamment négligeable pour que les calculs menés soient conservés comme le montre le tracé de l'évolution des courbes iso-fréquences en fonction de la largeur des pistes avec prise en compte du substrat. Ces résultats sont visibles sur la figure 3.12. Le profil d'indice théorique alors obtenu en tenant compte du changement d'indice effectif au centre de la lentille ($n_0 = 1,27$) est montré figure 3.11 (courbe rouge).

Il faut remarquer qu'à la fréquence de fonctionnement réduite $a/\lambda = 0,384$, soit $\lambda = 2,60 \cdot a$, la longueur d'onde est de l'ordre de grandeur de la taille de la maille. Ce régime ne peut donc être considéré comme « homogène¹ ». Cela justifie la description du cristal photonique à gradient utilisée ici au moyen de sa relation de dispersion, d'où est tiré le calcul de son indice effectif n_{eff} . Le calcul ainsi effectué est donc valable pour toute bande photonique de la structure de bandes présentant des courbes iso-fréquences circulaires. Cela n'est pas le cas avec

1. Lorsque $\lambda \gg a$, on parle parfois de régime « méta-matériaux »

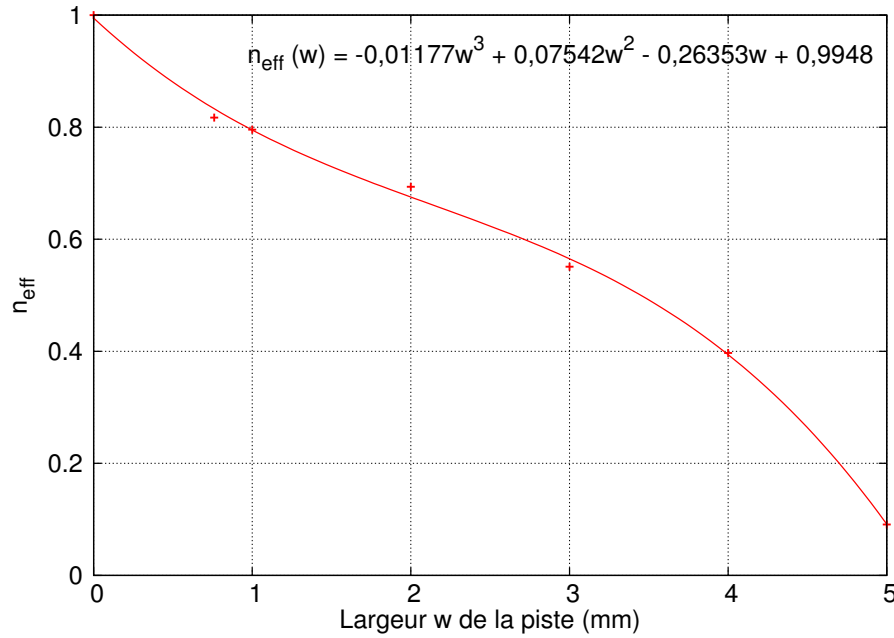


FIGURE 3.10 – Courbe d'étalonnage $n_{\text{eff}}(w)$ en fonction de la largeur de piste de cuivre utilisée. Celle-ci est dans l'air. L'interpolation a été réalisée grâce à la méthode des moindres carrés à l'ordre 3.

la formule de Maxwell-Garnett utilisée dans [86, 139]. Dans notre démarche de conception des dispositifs, nous utilisons un gradient de facteur de remplissage — et non pas de maille comme [3, 4, 8]. Chaque maille constitutive du cristal photonique à gradient est donc carrée, et non pas rectangulaire. À la fréquence de fonctionnement choisie, la relation de dispersion correspondant à chaque maille est ainsi circulaire ; il est donc possible de considérer qu'à cette échelle le dispositif est à peu près isotrope et homogène.

3.3.2 Simulation de la lentille à pistes de cuivre

Focalisation

En utilisant le code FDTD que j'ai développé mettant en œuvre la méthode TF/SF pour la génération d'ondes planes, les conditions absorbantes aux limites (PML) et l'algorithme de sous-maillage, nous avons simulé la lentille à gradient d'indice positif constituée de cinq couches de circuit imprimé sur lesquels sont gravées des pistes de cuivre de largeurs variables [140]. Le domaine mesure $1600 \times 740 \Delta x^2$ avec $\Delta x = 0,373 \text{ mm}$. La piste de $9,5 \mu\text{m}$ de large est décrite sur la grille au maillage le plus fin où $\Delta x = 11,66 \mu\text{m}$. Ainsi, la valeur utilisée en simulation est de $11,66 \mu\text{m}$. La piste de $4,78 \text{ mm}$ de large est décrite sur la grille principale et fait $13 \Delta x$ en largeur. La figure 3.13 montre le résultat de la simulation de la propagation d'une onde plane sinusoïdale dont la fréquence est fixée à $\nu = 9,6 \text{ GHz}$ à travers cette lentille. Pour retrouver la distance focale prévue au départ, cette fréquence a été abaissée de $\nu = 10 \text{ GHz}$ à $\nu = 9,6 \text{ GHz}$. Tous les résultats de simulation présentés

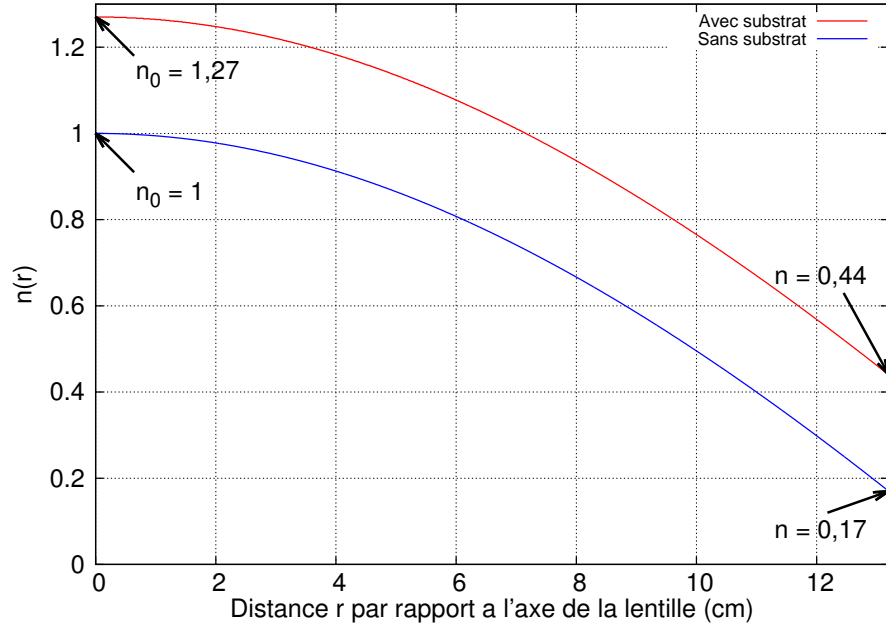


FIGURE 3.11 – Profil d'indice $n(r)$ de la lentille à gradient d'indice positif constituée de cinq couches de pistes de cuivre dans l'air (en bleu) et sur circuit imprimé (en rouge). Les paramètres utilisés pour ce profil d'indice sont : $n_0 = 1$; $d = 6$ cm ; $f = 15$ cm. $n_0 = 1,27$ lorsqu'il est tenu compte du substrat.

dans la suite tiennent compte de ces changements. Nous avons relevé la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) et nous avons constaté qu'une tâche focale s'était formée. Ainsi, pour estimer la distance focale, nous avons recherché la valeur maximale de $\overline{E_z^2}$ au sein de cette tâche focale, que nous appelons point focal dans ce qui suit. Nous avons ensuite calculé la distance qui séparait le point focal de l'interface de sortie de la lentille, ce qui nous a permis d'estimer que la distance focale obtenue en simulation est conforme à la théorie, i.e. $f \approx 15$ cm. Ces résultats s'expliquent en partie par le fait que comme le cristal photonique a une épaisseur finie d , il est donc tronqué par ses interfaces, les propriétés de focalisation s'en trouvent alors affectées [85]. De plus, cette épaisseur d n'étant pas négligeable par rapport à la distance focale f ($d = 6$ cm soit $d = 0,4 \cdot f$), la lentille ne peut pas être considérée comme une lentille mince.

Collimation

Nous avons ensuite réalisé l'opération inverse, i.e. que nous avons simulé la propagation d'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM située à la distance focale estimée dans la simulation précédente par rapport à l'interface d'entrée de la lentille. Afin de montrer que notre lentille possède bien les propriétés d'une lentille convexe (collimation), nous avons relevé le champ en sortie de la lentille. La figure 3.14 montre le résultat de cette simulation. Il confirme que la lentille simulée transforme bien une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à la distance focale par rapport à son interface d'entrée en une onde plane

Distance r par rapport à l'axe de la lentille (mm)	n_{eff}	Largeur de piste w (mm)
0	1,0	0,00
12	0,992	0,0095
24	0,968	0,103
36	0,929	0,268
48	0,875	0,525
60	0,807	0,917
72	0,727	1,52
84	0,635	2,39
96	0,532	3,24
108	0,419	3,88
120	0,298	4,38
132	0,170	4,78

Tableau 3.2 – Largeurs w des pistes constitutives de la lentille à gradient d'indice positif en fonction de la distance r par rapport à l'axe.

sinusoïdale.

Dispersion

Pour mieux évaluer les performances de cette lentille, nous nous sommes intéressés à sa résolution, i.e. à sa largeur à mi-hauteur dans le plan focal. Pour ce faire, nous avons tracé la variation de $\overline{\mathbf{E}}_z^2$ ($\propto \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}$) suivant un plan de coupe vertical passant par le point focal comme le montre la figure 3.15. Ce travail a été fait pour différentes fréquences situées autour de la fréquence de fonctionnement de $\nu = 9,6$ GHz. Nous avons alors constaté que dans le plan focal, le champ $\overline{\mathbf{E}}_z^2$ avait la forme d'un sinus cardinal dont la largeur à mi-hauteur était sensiblement la même pour toutes les fréquences étudiées, à savoir FWHM (Full Width at Half Maximum) $\approx 0,78 \cdot \lambda$. Les distances focales obtenues aux autres fréquences sont différentes de celle pour $\nu = 9,6$ GHz. Globalement, nous avons pu constater qu'elle augmentait avec la fréquence comme le montre la figure 3.16.

3.3.3 Caractérisation expérimentale d'une lentille

Les simulations ayant démontré qu'il était possible de réaliser une lentille à gradient d'indice à partir de pistes métalliques de $35 \mu\text{m}$ d'épaisseur posées sur un substrat de FR4, elle a été fabriquée afin d'être caractérisée expérimentalement pour comparer les résultats obtenus avec ceux issus des simulations FDTD. Le dispositif est présenté à la figure 3.17. La largeur totale de la lentille est de 30 cm. Elle comporte cinq couches de circuit imprimé qui sont séparées de $a = 12$ mm. La largeur des pistes augmente en allant du centre vers les bords et compte-tenu de sa très faible largeur ($9,5 \mu\text{m}$), la piste la plus fine n'a pas pu être gravée. Nous présentons les résultats de ces expériences [141].

Montage expérimental

Pour mener ces expériences, nous avons utilisé un analyseur de réseau vectoriel 8722ES de Agilent, une antenne cornet (modèle DP240-AB de *Flann Microwave*) permettant no-

Largeur des pistes :

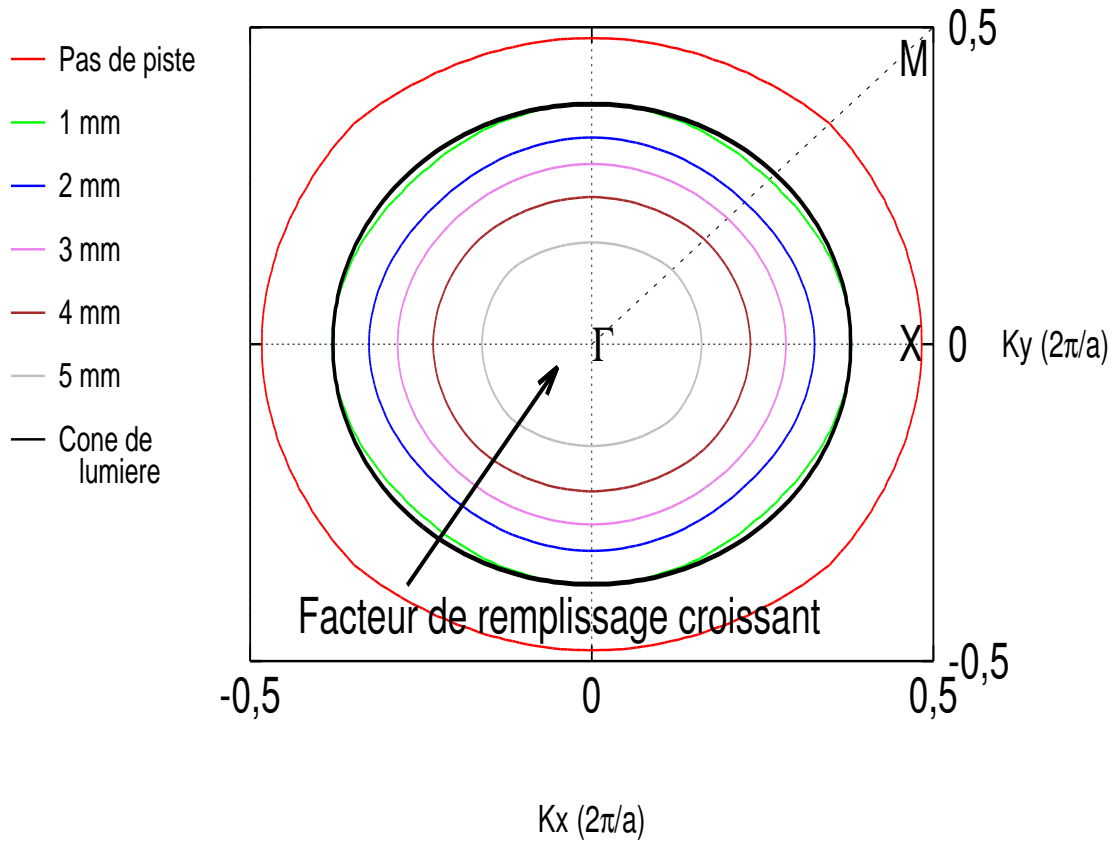


FIGURE 3.12 – Courbes iso-fréquences dans la première bande permise à $\nu = 9,6$ GHz d'un cristal photonique à maille carrée de pas $a = 12$ mm ($a/\lambda = 0,384$) constitué de pistes de cuivre de $35 \mu\text{m}$ d'épaisseur situées sur du FR4 et dont on a fait varier la largeur. La polarisation est transverse magnétique (TM).

tamment de produire des ondes planes dans la gamme de fréquences qui nous intéresse ($\nu \sim 9 - 11$ GHz) et deux platines de translation motorisées et automatisées de la marque *Newport* permettant de déplacer une antenne réceptrice sur un domaine carré de $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$. Le pas de déplacement (donc la résolution spatiale) ainsi que le temps de mesure sont fixés à l'aide de *diagrammes* réalisés avec le logiciel LabVIEW qui commandent ces platines. Pour réaliser nos cartographies de champ électrique, nous avons utilisé un pas spatial de $\Delta x = \Delta y = 0,2$ mm. Il a fallu modifier légèrement la commande implémentée sur LabVIEW car les pas spatiaux disponibles n'étaient que de 1, 2 ou 4 mm. Compte-tenu de cette réduction, il a également fallu ajouter un temps de retard afin de laisser le temps à l'analyseur de spectre d'effectuer les mesures et à l'ordinateur de les enregistrer. De ce fait, le temps nécessaire à l'élaboration d'une cartographie sur l'ensemble du domaine est de plusieurs jours.

L'analyseur de réseau vectoriel utilisé permet de mesurer les quatre coefficients du paramètre S : S_{11} , S_{21} , S_{12} et S_{22} (parties réelle et imaginaire). Nous l'avons utilisé dans nos deux montages :

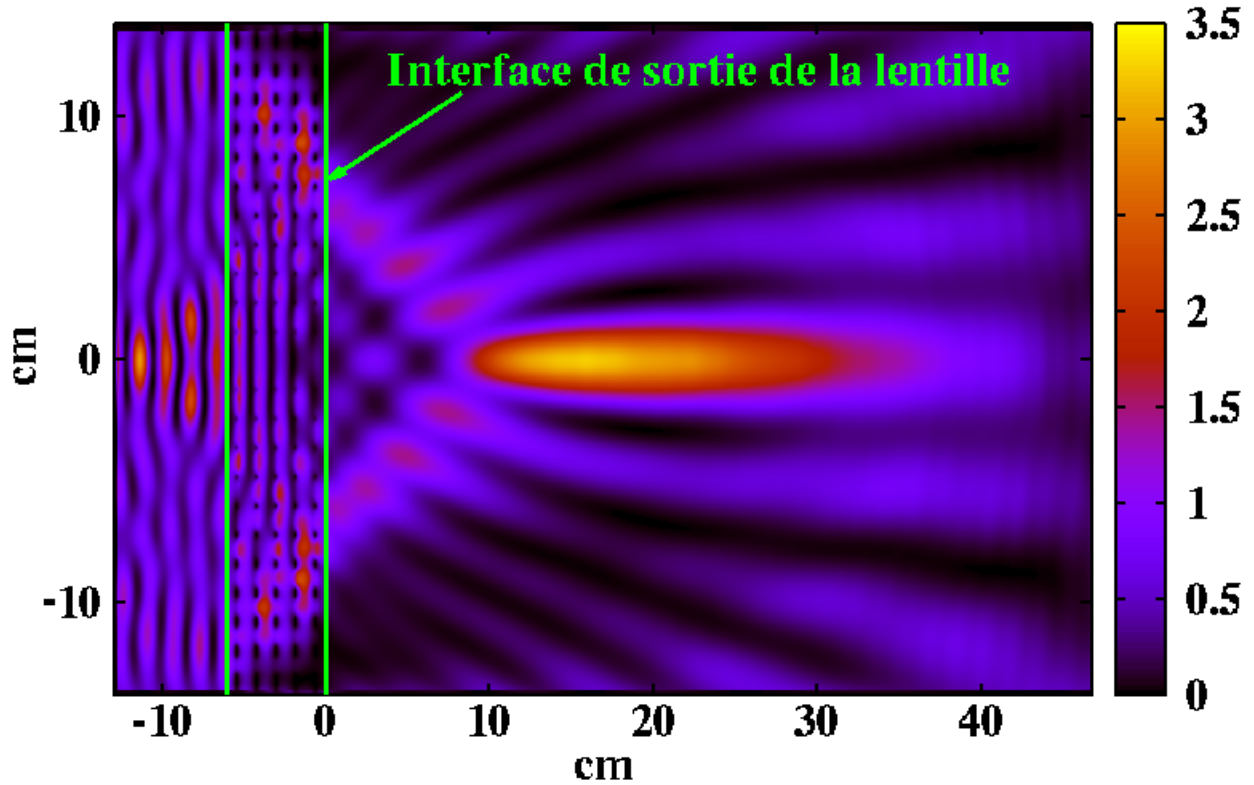


FIGURE 3.13 – [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 9,6$ GHz traverse la lentille à gradient d'indice positive constituée de pistes de cuivre gravées sur un substrat. La lentille est délimitée par les deux traits verts verticaux. La distance focale est obtenue en relevant la valeur maximale de $\overline{E_z^2}$ au niveau de la tâche focale et vaut $f \approx 15$ cm.

1. un premier pour mettre en évidence la focalisation. Il fait intervenir l'analyseur de réseau vectoriel 8722ES d'Agilent relié à une antenne cornet (transmetteur) et à une antenne monopole (récepteur). Cette dernière est fixée sur nos deux platines permettant d'effectuer des translations dans deux directions (\vec{x} et \vec{y}) afin d'établir une cartographie du champ émergent sur l'aire de 40×40 cm². Un panorama de ce montage expérimental est donné figure 3.18.
2. un second pour mettre en évidence la collimation. Il fait intervenir les mêmes composants hormis l'antenne cornet qui est remplacée par une antenne quart d'onde pour la génération d'ondes cylindriques.

Caractérisations de l'antenne cornet et de l'antenne quart d'onde

Nous avons placé l'antenne cornet à environ 1,3 mètre de l'antenne réceptrice, nous l'avons alimentée de telle sorte que le champ électrique soit dirigé dans la direction parallèle aux pistes (polarisation TM) et relevé $\Re(S_{21})$ (cf. figure A.1 située en annexe A) à la fréquence de $\nu = 9,6$ GHz dans un plan de dimension 10 cm \times 20 cm. Un plan de coupe réalisé sur cette même cartographie montre que les ondes émises sont quasi-sinusoïdales à cette distance et que la longueur d'onde correspond à la fréquence d'émission : nous relevons $\lambda \approx 3,1$ cm.

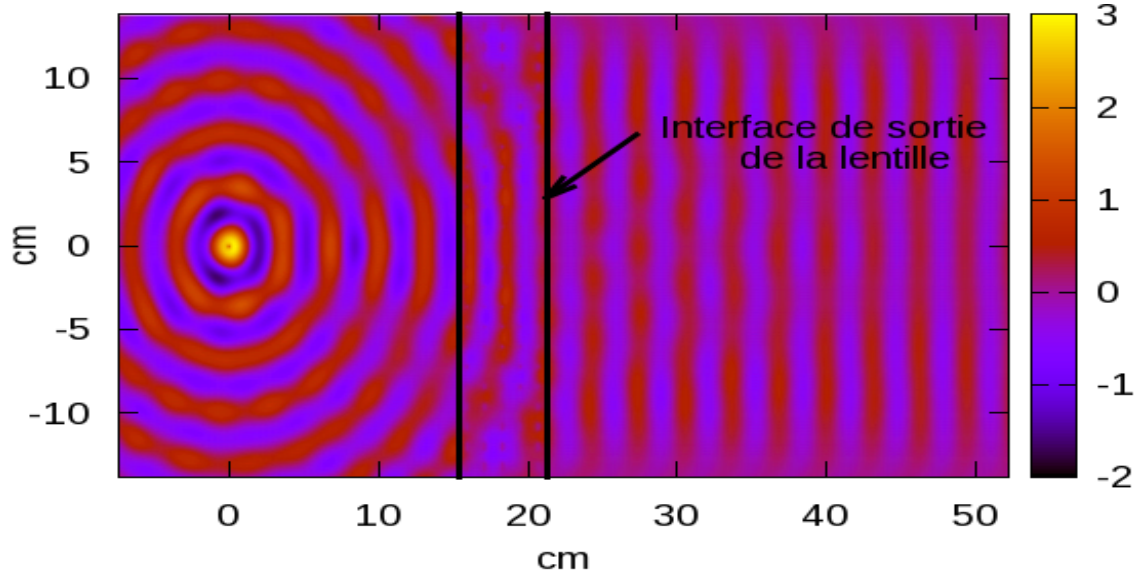


FIGURE 3.14 – [Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z (champ électrique parallèle aux pistes) lorsqu'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9,6$ GHz située à la distance focale $f = 15$ cm traverse la lentille à gradient d'indice positif constituée de pistes de cuivre gravées sur du FR4. La lentille est délimitée par les deux traits noirs verticaux. Les fronts d'onde incidents sont circulaires ; ceux de l'onde transmise sont plans.

Comme pour la caractérisation de l'antenne cornet, en l'absence de lentille, nous avons observé la forme des ondes produites par une antenne quart d'onde (donc de longueur $l = \lambda/4 = 7,5$ mm). La figure A.2 située en annexe A montre le résultat de cette caractérisation. Nous avons relevé $\Re(S_{21})$ sur l'ensemble du domaine de simulation à la fréquence de $\nu = 9,6$ GHz et observé que cette antenne quart d'onde génère bien des ondes cylindriques jusqu'à des distances supérieures à la distance focale de 15 cm.

Focalisation

Nous étant assurés que les ondes émises par le cornet correspondaient bien à des ondes planes en relevant la cartographie du champ émis, nous avons alors placé la lentille de telle sorte que la distance entre celle-ci et l'antenne cornet corresponde à celle qui a été utilisée pour la caractérisation, soit $\sim 1,3$ m. Nous avons ensuite relevé une cartographie sur l'ensemble du domaine (i.e. $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$) ainsi que la distance focale. Pour ce faire, nous avons relevé la valeur moyenne de S_{21}^2 sur une période lorsque l'antenne cornet est polarisée verticalement, i.e. que le champ électrique incident est parallèle aux pistes (cf. figure 3.19). Comme en simulation, nous obtenons alors une tâche focale, qui n'est cependant pas très bien définie. Cela peut être attribué en partie à la forme de l'onde incidente qui est quasi-sinusoidale et « bruitée » (cf. figure A.1). Nous avons déterminé la valeur maximale de S_{21}^2 pour évaluer la distance focale. Nous mesurons $f \approx 15$ cm pour une fréquence de l'onde incidente égale à $\nu = 9,6$ GHz. La présence du substrat (FR4) décale la fréquence de focalisation, confirmant les résultats de simulation.

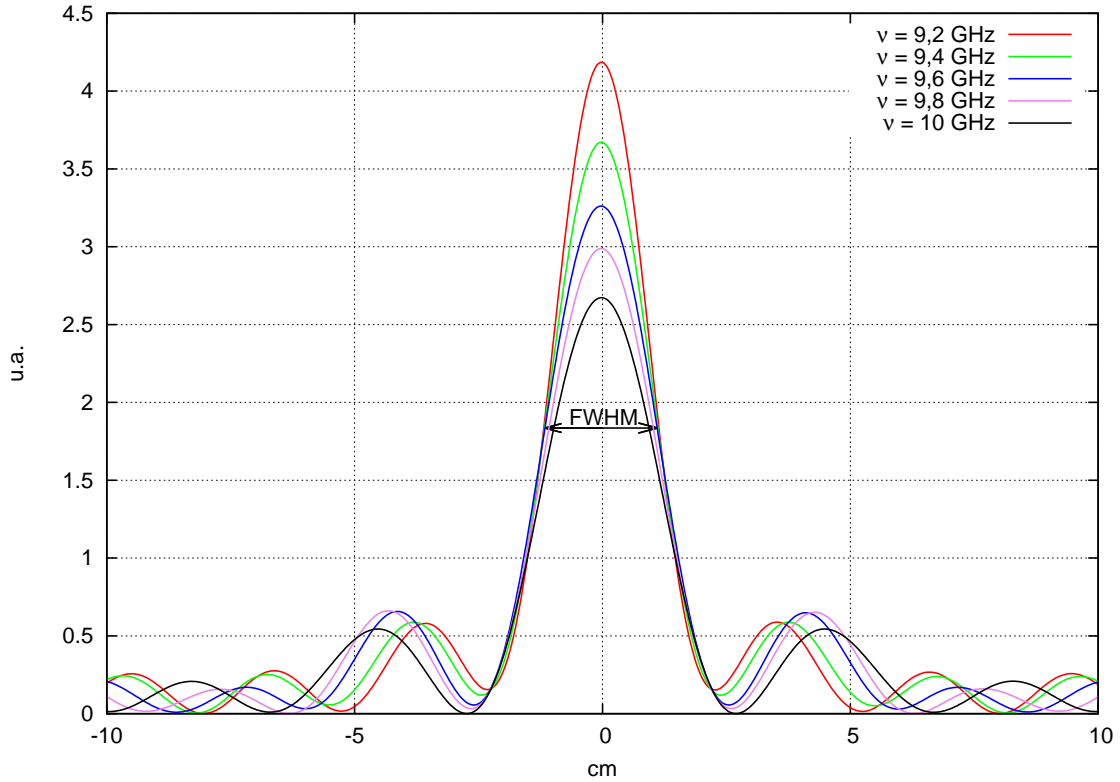


FIGURE 3.15 – [Simulation] Coupes effectuées au niveau du plan focal lorsqu’une onde plane sinusoïdale traverse la lentille à gradient d’indice positif pour différentes fréquences placées autour du point de fonctionnement optimal à la fréquence de $\nu = 9,6$ GHz. Les courbes ont toutes la forme d’un sinus cardinal dont la largeur à mi-hauteur vaut $FWHM \approx 0,78 \cdot \lambda$.

Collimation

Nous avons mené une seconde expérience consistant à montrer que la lentille conçue réalisait également la transformation inverse, i.e. qu’elle transforme une onde cylindrique issue d’une antenne monopole incidente placée à la distance focale en une onde plane sinusoïdale. Pour ce faire, nous avons utilisé l’antenne quart d’onde, caractérisée précédemment, en la plaçant à une distance de $f = 15$ cm de la lentille, soit la distance focale déterminée après la première expérience. Nous avons relevé une cartographie de la partie réelle du paramètre S_{21} du champ après que celui-ci ait traversé notre lentille à gradient d’indice sur un domaine de 80×40 cm². Le relevé a été effectué en deux temps : premièrement de 0 à 40 cm de l’interface de sortie de la lentille puis de 40 cm à 80 cm. Le résultat de cette expérience se trouve sur la figure 3.20. Celle-ci montre qu’après avoir traversé la lentille, l’onde cylindrique émise par l’antenne quart d’onde ressort en onde plane sinusoïdale, mettant ainsi en évidence la propriété de collimation.

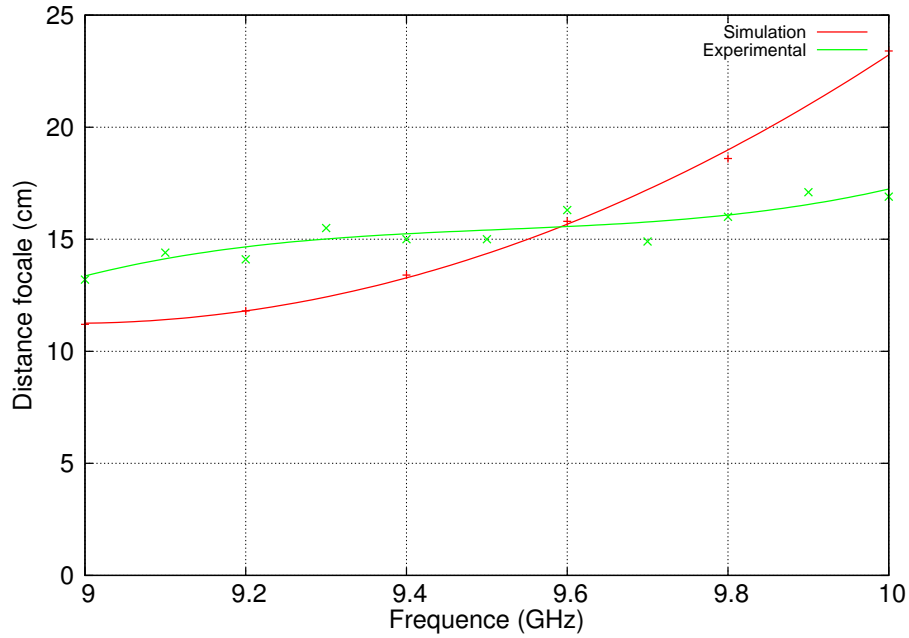


FIGURE 3.16 – Variation de la distance focale f en fonction de la fréquence de l'onde plane sinusoïdale incidente sur la lentille à gradient d'indice positif.

Étude de la dispersion

Pour étudier les propriétés dispersives de cette lentille, nous avons étudié les variations de la distance focale ainsi que de la largeur à mi-hauteur en fonction de la fréquence ν . Pour les fréquences comprises entre $\nu = 9$ GHz et $\nu = 10$ GHz, nous avons relevé les plans de coupe au niveau du plan focal pour déterminer la résolution de la lentille (cf. figure 3.21). Les courbes ont toutes la forme d'un sinus cardinal. Nous avons constaté que, pour ces fréquences, la largeur à mi-hauteur est à peu près identique, à savoir $FWHM \approx 0,75 \cdot \lambda$ et inférieure à celle obtenue en simulation. Le fait d'obtenir un meilleur résultat expérimentalement peut s'expliquer en partie par le maillage FDTD qui nous impose de discrétiser les différentes pistes avec un pas spatial fixe. Il n'est ainsi pas possible de toutes les décrire avec la même précision. On voit également que l'amplitude des lobes secondaires est négligeable devant celle du lobe principal.

Puis, nous avons étudié l'influence de la fréquence de l'onde plane sinusoïdale incidente sur la distance focale. Nous les avons donc relevées pour des fréquences comprises dans la bande X et constaté, comme en simulation, que la distance focale augmente avec la fréquence comme le montre la figure 3.16. Cependant, pour des fréquences situées au-delà de $\nu = 10$ GHz, nous n'observons plus de focalisation expérimentalement alors que les résultats de simulation montrent qu'il y a toujours focalisation. De même, aux endroits où il est le plus important, nous constatons un écart $\Delta f/f$ d'environ 18% entre les résultats de simulation et ceux obtenus expérimentalement. Cet écart peut aussi s'expliquer par le maillage FDTD et l'allure de l'onde incidente émise par le cornet (cf. figure A.1).

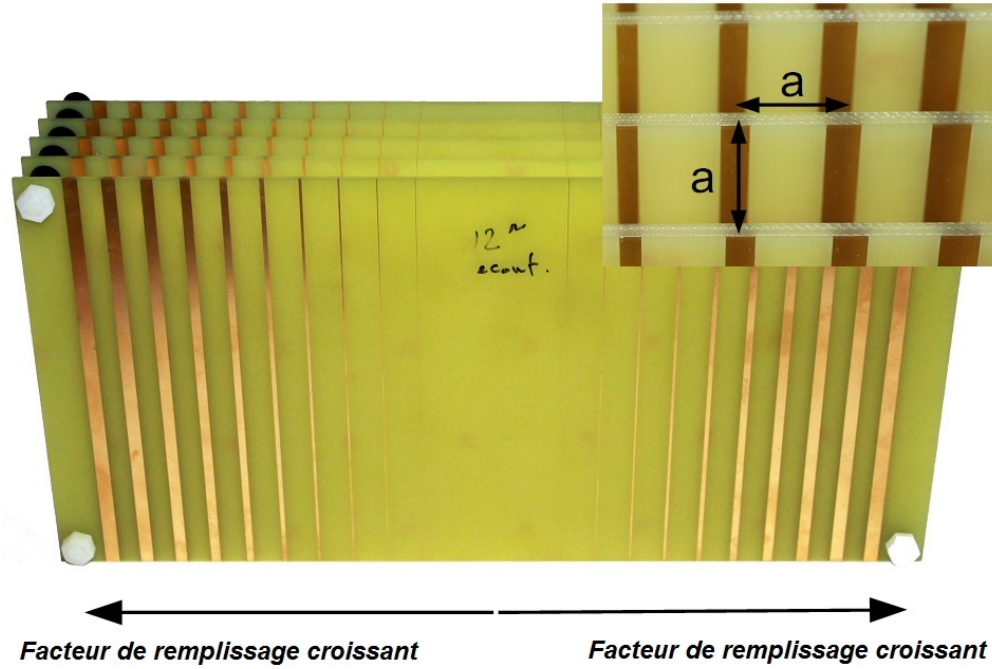


FIGURE 3.17 – Lentille à cristaux photoniques à gradient constituée de cinq couches de circuit imprimé. De l’axe aux bords de la lentille, la largeur w des pistes croît et leur épaisseur t vaut $35\ \mu\text{m}$ (il n’y a pas de piste au centre de la lentille : $n_0 = 1,27$). La direction du vecteur d’onde k est perpendiculaire au gradient. Encart : La maille élémentaire du cristal photonique à gradient est un carré de côté $a = 12\ \text{mm}$ à l’intérieur duquel une piste de $35\ \mu\text{m}$ d’épaisseur est centrée.

3.3.4 Comparaison avec l’état de l’art

La méthode de calcul que nous avons choisie pour estimer les indices effectifs n_{eff} est différente de celle utilisée par beaucoup de chercheurs dans la conception de dispositifs de ce type. Ils s’appuient sur la méthode de Maxwell-Garnett [143] qui dit que la permittivité effective peut être calculée, dans le cas de tiges diélectriques dans un matériau homogène (de l’air par exemple), par la formule

$$\epsilon_{plane} = \epsilon_{host} + \frac{\eta \cdot \epsilon_{host}(\epsilon_{rods} - \epsilon_{host})}{\epsilon_{host} + 0,5 \cdot (1 - \eta) \cdot (\epsilon_{rods} - \epsilon_{host})} \quad (3.7)$$

dans le cas de la polarisation TE, et par la formule

$$\epsilon_z = (1 - \eta) \cdot \epsilon_{host} + \eta \cdot \epsilon_{rods} \quad (3.8)$$

dans le cas de la polarisation TM. η est le facteur de remplissage, ϵ_{host} est la permittivité diélectrique du milieu hôte et ϵ_{rods} celle des tiges diélectriques. Dans un tel cas, deux défauts majeurs se présentent. En effet, ces formules ne sont valables que sous les conditions suivantes :

- la fréquence de travail doit être telle que $a/\lambda \leq 0,25$ où a est le pas de la maille élémentaire et λ la longueur d’onde,
- cette fréquence doit se situer dans la première bande permise.

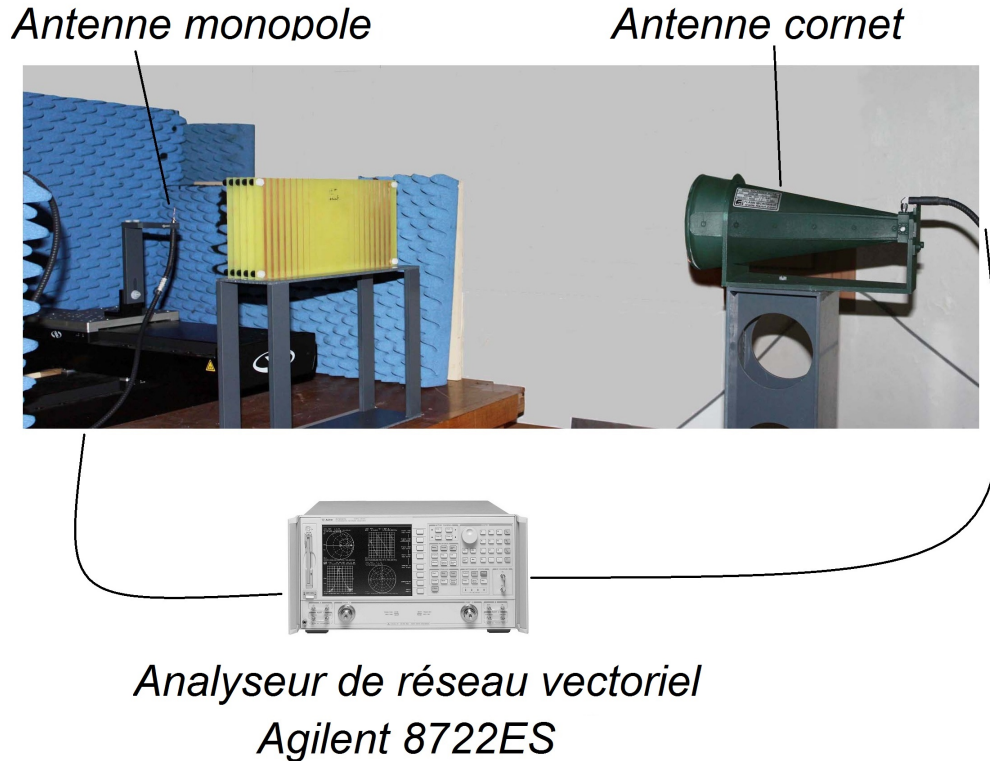


FIGURE 3.18 – Dispositif expérimental permettant la caractérisation de la lentille à gradient d'indice positif constituée de pistes de cuivre gravées sur du FR4. L'analyseur de réseau vectoriel 8722ES d'Agilent est relié à l'antenne cornet (transmetteur) et à l'antenne monopole (récepteur). Cette dernière est fixée à une platine se translatant dans deux directions (\vec{x} et \vec{y}) afin d'établir une cartographie du champ émergent sur une aire de $40 \times 40 \text{ cm}^2$

B. Vasic *et al* utilisent cette méthode dans le but de concevoir une lentille de Lüneburg à gradient de facteur de remplissage [86]. Les résultats de simulation qu'ils ont obtenus montrent que pour des fréquences $a/\lambda > 0,25$, il est préconisé de calculer les indices effectifs à partir des courbes de dispersion des cristaux photoniques. Ce point a aussi été constaté dans [139]. Dans le cadre cette thèse, les indices effectifs sont calculés à partir des courbes de dispersion car il s'agit d'une méthode plus rigoureuse. Elle tient compte du pas spatial, peut s'appliquer quelque soit la bande dans laquelle nous travaillons et quelque soit le type de matériau : métallique ou diélectrique. Elle fonctionne aussi bien pour les indices effectifs positif que négatif.

Une lentille à cristal photonique en alumine à gradient de maille, étudiée en détail par H. Kurt *et al.* [8], a par exemple été utilisée à l'entrée d'un coupleur [12] pour en améliorer la transmission. Le gradient se traduit par une variation de la maille dont une dimension est déterminée par les facteurs constants $b_0 = 0,5 \cdot a$ et $\Delta b = 0,15 \cdot a$ tels que l'écart entre les rangées 1 et 2 (comptées à partir de l'axe de la lentille) ainsi que les rangées 2 et 3 vaudra b_0 , celui entre les rangées 3 et 4 ainsi que 4 et 5 vaudra $b_0 + \Delta b$, celui entre les rangées 5 et 6 ainsi que 6 et 7 vaudra $b_0 + 2 \cdot \Delta b$ et ainsi de suite. Ils ont étudié, expérimentalement, l'influence du nombre de couches sur la résolution de cette lentille et ont montré que la meilleure résolution était obtenue pour un nombre de couches égal à 5. Ils obtiennent $FWHM \approx 0,5 \cdot \lambda$. La résolution obtenue en réunissant la lentille à gradient d'indice ainsi obtenue et le coupleur est de $0,4 \cdot \lambda$ en simulation et $0,45 \cdot \lambda$ expérimentalement.

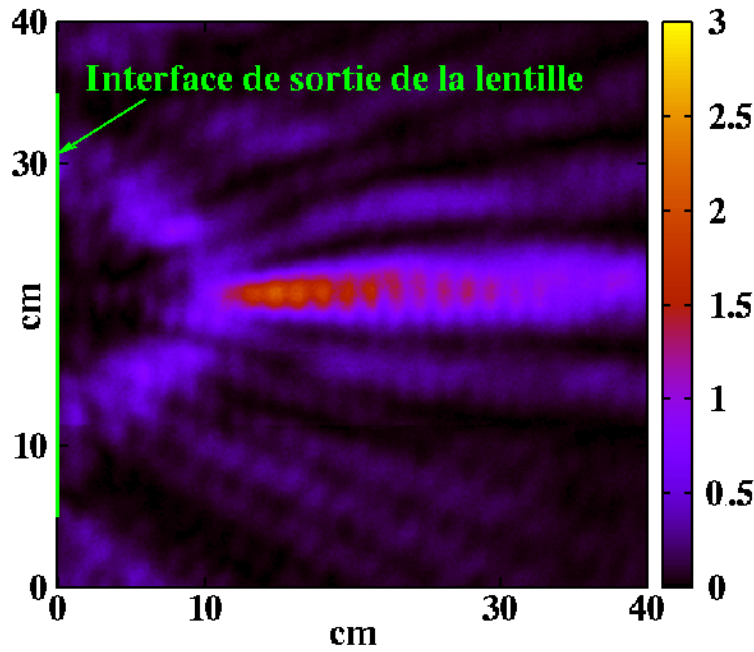


FIGURE 3.19 – [Expérimentation] Cartographie de la valeur moyenne de S_{21}^2 sur une période lorsque l'antenne cornet est polarisée verticalement (champ électrique parallèle aux pistes). Elle émet une onde plane sinusoïdale à $\nu = 9,6$ GHz qui traverse la lentille à gradient d'indice positif qui est délimitée par le trait vert vertical. La distance focale obtenue est d'environ 15 cm.

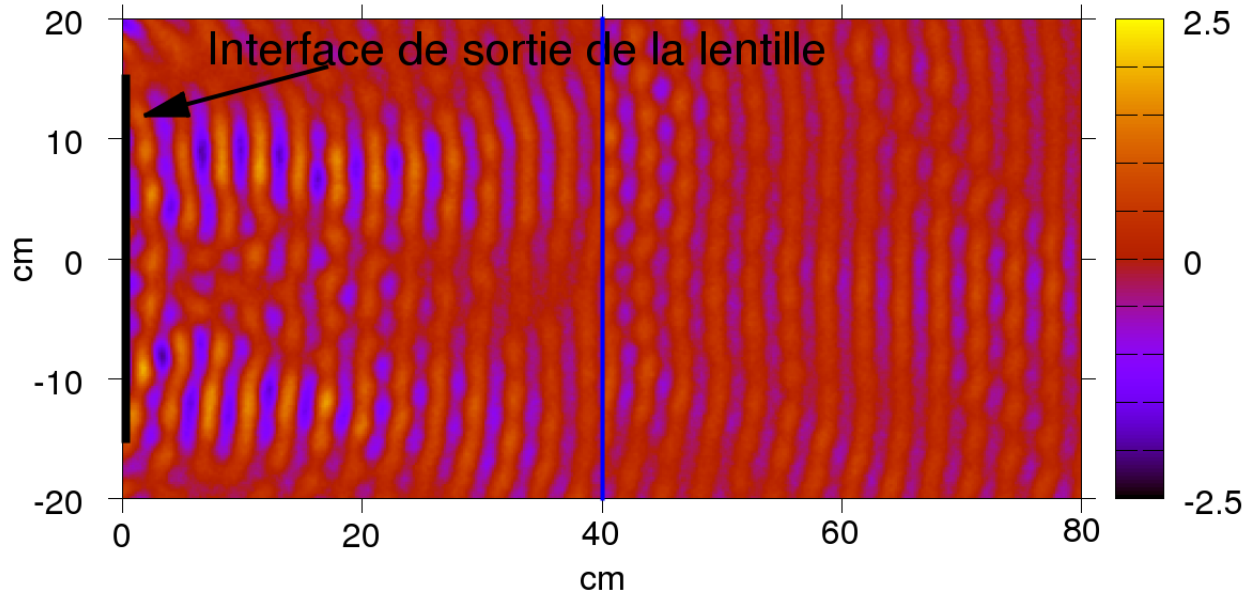


FIGURE 3.20 – [Expérimentation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z ($\Re(S_{12})$) lorsqu'une onde cylindrique à $\nu = 9,6$ GHz issue d'une antenne monopole au point focal traverse la lentille à gradient d'indice positif. Le relevé a été effectué en deux temps : premièrement, de 0 à 40 cm de l'interface de sortie de la lentille puis de 40 cm à 80 cm. Les fronts d'onde en sortie sont plans.

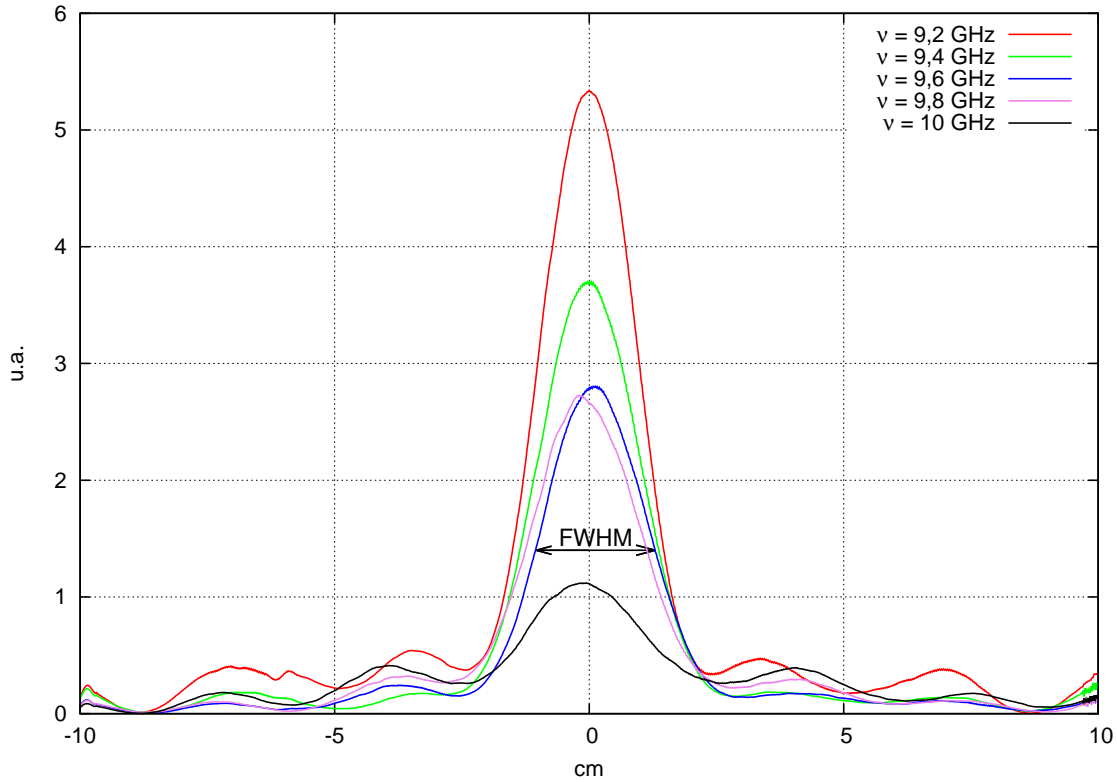


FIGURE 3.21 – [Expérimentation] Coupes effectuées à partir des résultats expérimentaux au niveau du plan focal lorsqu’une onde plane sinusoïdale traverse la lentille à gradient d’indice positif pour différentes fréquences situées autour de la fréquence de $\nu = 9,6$ GHz. Pour une meilleure lisibilité, les courbes obtenues ont été filtrées avec l’algorithme de Savitzky-Golay [142]. On obtient une largeur à mi-hauteur d’environ $0,75 \cdot \lambda$.

Ce type de gradient de maille a également été utilisé dans [144] en 2013 par M. Turdnev *et al.* qui ont réalisé une structure asymétrique présentant une discontinuité d’indice : le profil d’indice $n(r)$ allant de l’axe au bord gauche de la lentille est recopié à l’identique du bord droit à l’axe de la lentille créant ainsi cette discontinuité. Cette structure est utilisée effectuer un passage du mode fondamental aux modes d’ordre supérieurs.

En 2011, C. Tan *et al.* ont réalisé une lentille à cristal photonique à gradient de facteur de remplissage [145] pour un fonctionnement dans le domaine optique. Elle est constituée de tiges d’indice de réfraction $n = 1,5$ avec des diamètres allant de 70 nm aux bords à 228 nm au centre. Ils ont estimé les différents indices effectifs n_{eff} à partir des structures de bandes dans une direction. Cette lentille est utilisée pour réaliser une étude de l’influence des différents paramètres constitutifs tels que l’épaisseur et le diamètre sur les propriétés de focalisation. À longueur d’onde constante, ils ont constaté que

1. une augmentation de l'épaisseur impliquait une augmentation de la distance focale,
2. une augmentation du diamètre impliquait une diminution de la distance focale.

En revanche, aucune loi générale concernant l'influence de la longueur d'onde sur la distance focale n'a pu être déduite pour des longueurs d'ondes inférieures à $\lambda = 1200$ nm. Pour des longueurs d'ondes supérieures, la distance focale reste constante.

Nous avons montré les capacités de focalisation d'une lentille à gradient d'indice positif et étudié ses caractéristiques. Une lentille à gradient d'indice négatif peut non seulement réaliser la même fonction mais également réduire l'aberration chromatique et avoir un fonctionnement large bande, ce qui est montré par Qi Wu *et al.* [9]. Ils proposent une lentille à gradient d'indice négatif créée à partir de cristaux photoniques à gradient de facteur de remplissage : les rayons des trous, dans un matériau diélectrique d'indice $n = 3,46$, varient de $0,25 \cdot a$ à $0,40 \cdot a$ dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente. Comme pour C. Tan *et al.*, ils ont estimé les différents indices effectifs n_{eff} à partir des structures de bandes dans une direction. Cela montre l'intérêt de ces lentilles. Nous nous proposons donc d'en réaliser une dans ce qui suit et de la caractériser en simulation.

3.4 Lentille à gradient d'indice négatif

Dans cette partie, nous procédons de façon similaire à ce que nous venons de présenter pour la conception de la lentille à gradient d'indice positif pour en concevoir une à gradient d'indice négatif. Après avoir défini le type de cristal photonique utilisé, nous établissons la courbe d'étalonnage ainsi qu'un profil d'indice. La relation donnant l'indice effectif en fonction du rapport r_t/a des trous d'air va permettre de reproduire ce profil d'indice théorique.

3.4.1 Courbe d'étalonnage et profil d'indice

Pour concevoir cette deuxième lentille, nous avons utilisé des cristaux photoniques diélectriques à maille triangulaire dont le pas vaut $a = 10$ mm. Le diélectrique utilisé est de l'alumine dont la permittivité diélectrique vaut $\epsilon_r = 8,9$. De nouveau, le gradient utilisé est un gradient de facteur de remplissage, la différence avec la précédente lentille venant du fait que cette fois-ci nous y perçons des trous d'air. Le facteur de remplissage d'air η est alors défini par

$$\eta = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\pi \cdot r_t^2}{a^2} \quad (3.9)$$

où r_t est le rayon du trou d'air. L'autre différence avec la précédente lentille étudiée vient du fait que nous travaillons cette fois-ci dans la deuxième bande permise à la fréquence normalisée $a/\lambda = 0,3$ comme le montre la figure 3.22 représentant les structures de bandes pour les deux valeurs extrêmes de rayon des trous. De la courbure de cette bande, il résulte que la vitesse de groupe $d\omega/dk$ est négative. Ainsi, les indices effectifs obtenus sont négatifs. Notons qu'il n'est pas aisé de trouver des fréquences, avec le cristal photonique choisi, pour lesquelles les courbes iso-fréquences soient parfaitement circulaires. En conséquence, pour établir une courbe d'étalonnage, nous avons fait varier le rapport r_t/a dans l'intervalle $[0,05 \cdot a; 0,40 \cdot a]$, puis tracé les courbes iso-fréquences correspondantes en polarisation TM à la fréquence de

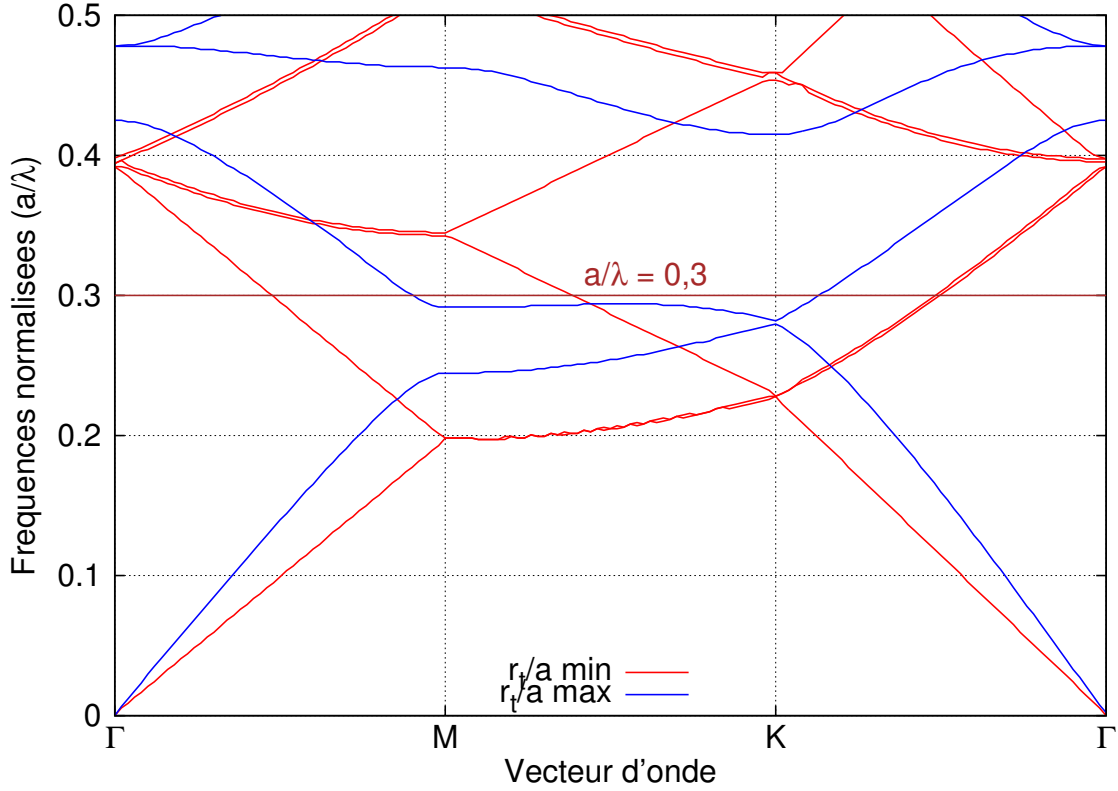


FIGURE 3.22 – Structures de bandes d'un cristal photonique à maille triangulaire de pas $a = 10$ mm de trous d'air dans de l'alumine. Les deux structures de bandes pour les deux facteurs de remplissage extrêmes utilisés sont représentées. La ligne horizontale marron indique la fréquence de fonctionnement ($a/\lambda = 0,3$) située dans la deuxième bande permise. De la courbure de cette bande, il résulte que la vitesse de groupe $d\omega/dk$ est négative. La polarisation est transverse magnétique (TM).

$\nu = 9$ GHz (cf. figure 3.23). Étant donné que les courbes iso-fréquences ne sont pas circulaires, nous avons relevé pour chacune d'elles les indices effectifs maximum n_{eff}^{max} et minimum n_{eff}^{min} puis fait une moyenne,

$$n_{eff}^{moy} = \frac{n_{eff}^{max} + n_{eff}^{min}}{2}. \quad (3.10)$$

Le tableau 3.3 donne les indices effectifs obtenus en fonction du rapport r_t/a . Pour estimer les valeurs comprises entre celles déjà relevées, nous avons aussi procédé à une interpolation par la méthode des moindres carrés d'ordre 3. L'équation obtenue suite à cette interpolation permet le calcul des dimensions des trous dans l'alumine en fonction de l'indice effectif que l'on souhaite obtenir,

$$n_{eff}(r_t/a) = -35,2565 \cdot \left(\frac{r_t}{a}\right)^3 + 13,64818 \cdot \left(\frac{r_t}{a}\right)^2 - 2,1948 \cdot \frac{r_t}{a} - 0,97 \quad (3.11)$$

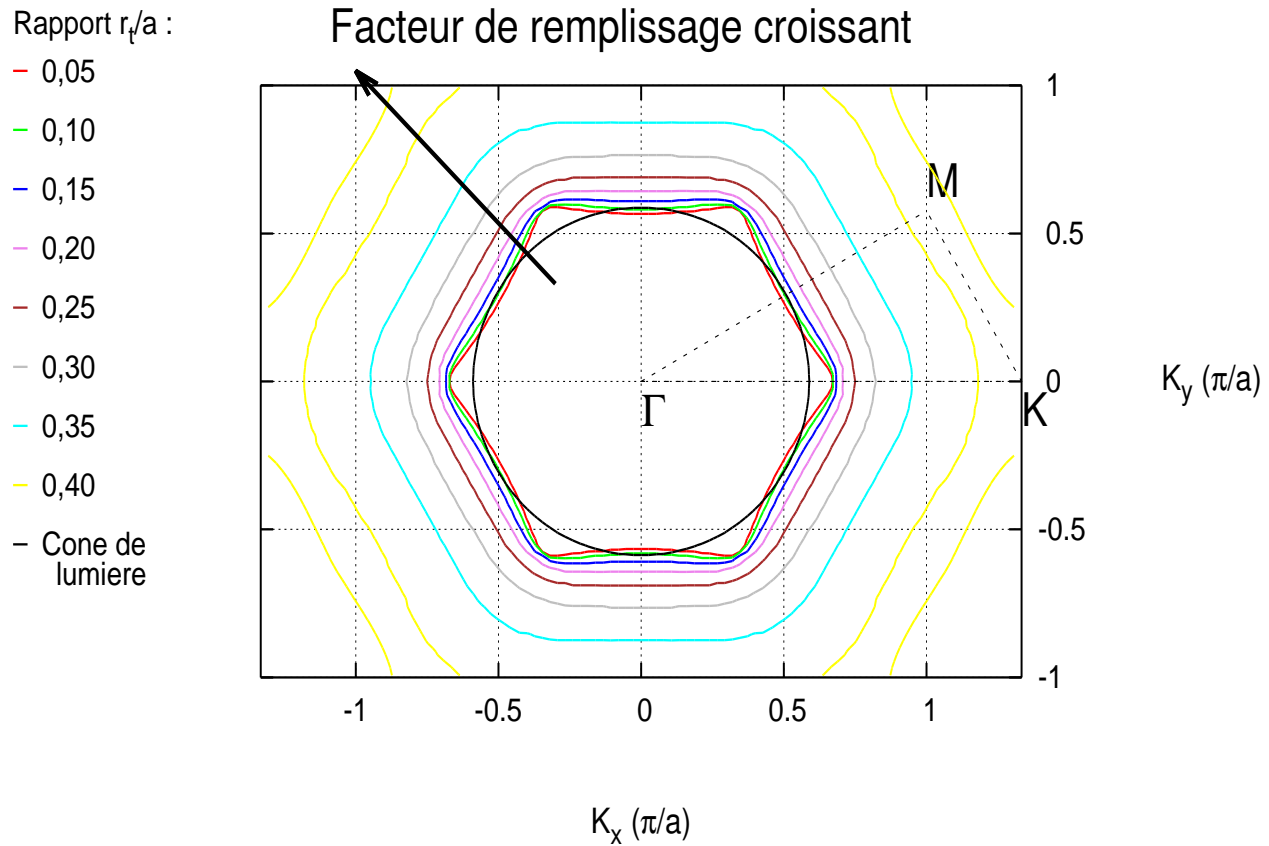


FIGURE 3.23 – Courbes iso-fréquences dans la deuxième bande permise à $\nu = 9$ GHz d'un cristal photonique diélectrique à maille triangulaire de pas $a = 10$ mm ($a/\lambda = 0,3$). Il est constitué de trous d'air dans de l'alumine. La polarisation est transverse magnétique (TM).

Rapport r_t/a	n_{eff}^{moy}
0,05	-1,058
0,10	-1,076
0,15	-1,105
0,20	-1,153
0,25	-1,229
0,30	-1,356
0,35	-1,554
0,40	-1,932

Tableau 3.3 – Indices effectifs en fonction du rapport r_t/a où r_t est le rayon du trou percé dans l'alumine. La polarisation est transverse magnétique (TM) et la fréquence vaut $\nu = 9$ GHz.

Quant au profil d'indice théorique $n(r)$, il a été tracé avec les caractéristiques suivantes

$$\begin{aligned}
 n_0 &= -1,058, \\
 d &= 8,66 \text{ cm}, \\
 f &= 20 \text{ cm}.
 \end{aligned}$$

La figure 3.24 montre graphiquement ce profil d'indice. Les dimensions des trous pour repro-

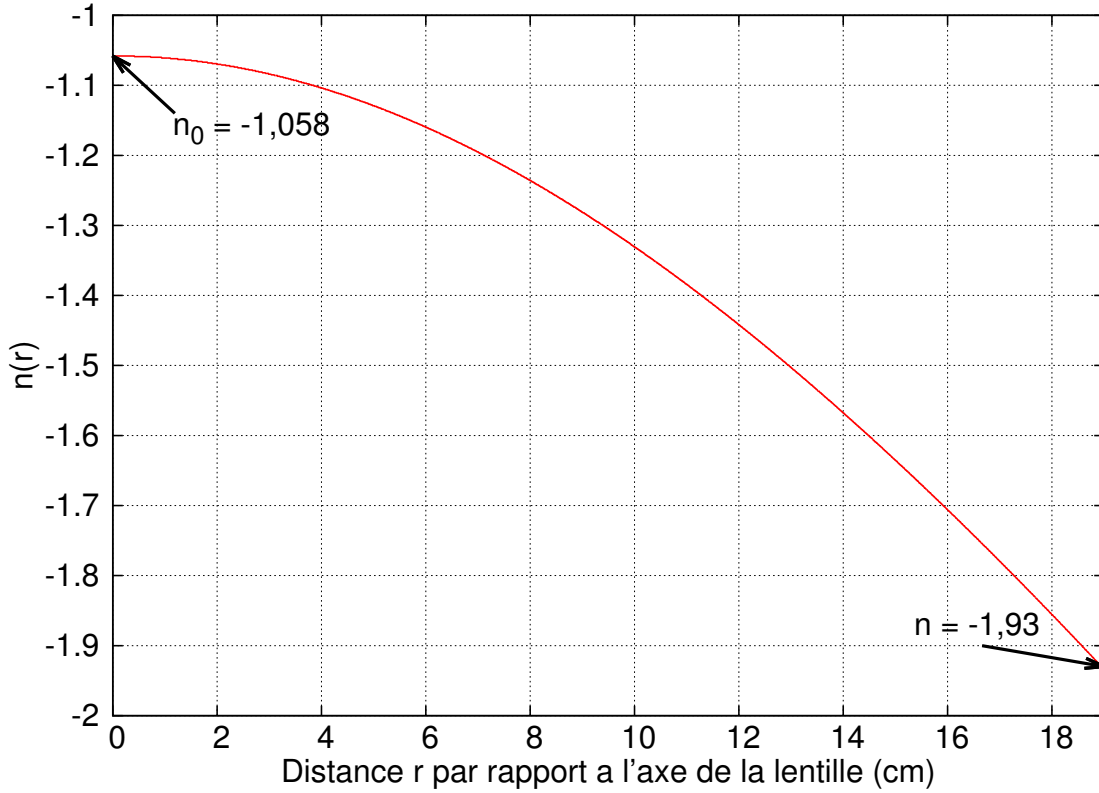


FIGURE 3.24 – Profil d'indice de la lentille à gradient d'indice négatif constituée de trous d'air dans de l'alumine. Les paramètres utilisés pour ce profil d'indice sont : $n_0 = -1,058$; $d = 8,66$ cm ; $f = 20$ cm (cf. formule 3.3)

duire ce profil sont données dans l'annexe B.

3.4.2 Résultats de simulation

Focalisation

Au moyen du code FDTD que j'ai développé, mettant en œuvre la méthode TF/SF pour la génération d'ondes planes et les conditions absorbantes aux limites (PML), nous avons simulé la lentille à gradient d'indice négatif constituée de trous d'air dans de l'alumine. Le domaine mesure $2500 \times 1980 \Delta x^2$ avec $\Delta x = 0,2$ mm. Le nombre de mailles par trou varie de 5 à 40. La figure 3.25 montre le résultat de la simulation de la propagation d'une onde plane sinusoïdale à la fréquence de $\nu = 9$ GHz à travers cette lentille. Après avoir relevé la valeur maximale de $\overline{\mathbf{E}}_z^2$ au niveau de la tâche focale, nous avons estimé que la distance focale obtenue était de $f \approx 16$ cm, soit 4 cm de moins par rapport à ce qui était attendu. Les approximations faites sur le calcul des indices effectifs peuvent expliquer en partie cet écart important entre la distance focale théorique et celle effectivement obtenue en simulation. L'approximation faite au niveau du maillage FDTD qui nous impose de discrétiser les différents trous à partir

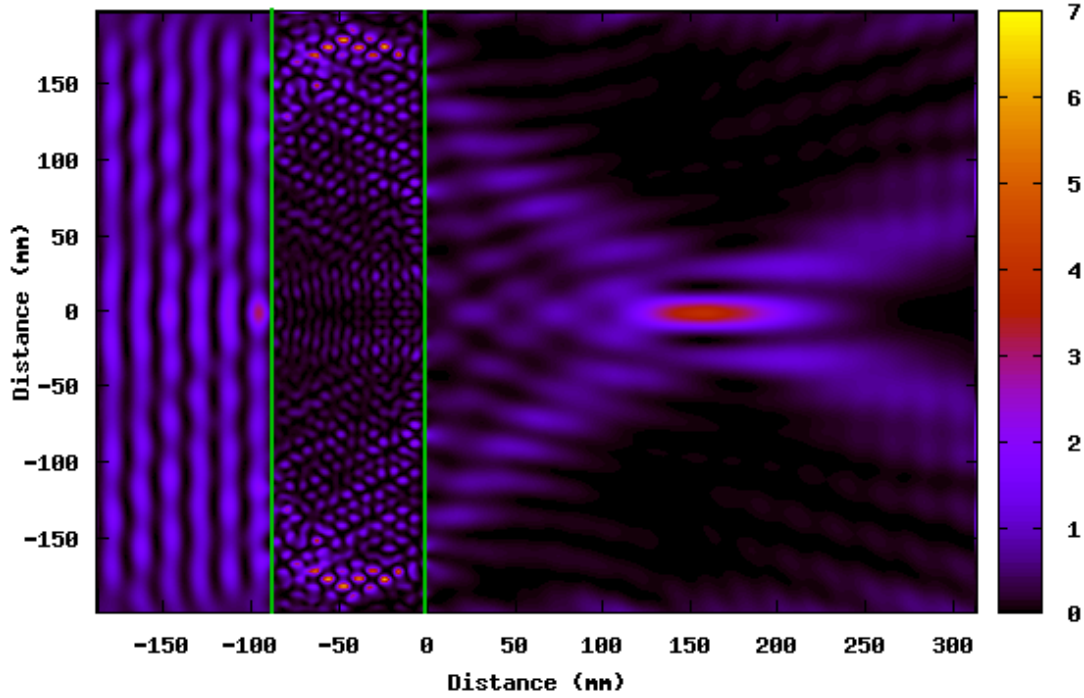


FIGURE 3.25 – [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 9$ GHz traverse la lentille à gradient d'indice négatif. La lentille est délimitée par les deux traits verts verticaux. La distance focale est obtenue en relevant la valeur maximale de $\overline{E_z^2}$ au niveau de la tâche focale et vaut $f \approx 16$ cm.

d'un pas spatial fixe a également une influence.

Collimation

Nous avons ensuite réalisé l'opération inverse, i.e. que nous avons simulé la propagation d'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM située à la distance focale obtenue précédemment par rapport à l'interface d'entrée de la lentille et observé son comportement après qu'elle l'ait traversée. La figure 3.26 montre le résultat de cette simulation. Nous voyons que la lentille plate simulée transforme une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM située à la distance focale par rapport à son interface d'entrée en une onde plane sinusoïdale. Bien que les distances focales théorique et obtenue en simulation soient différentes, nous avons tenu à conserver ces résultats dans le but de comparer ses performances au niveau de la résolution.

Dispersion

Pour mieux juger des performances de la lentille conçue, nous nous sommes donc intéressés à sa résolution, i.e. à sa largeur à mi-hauteur dans le plan focal. Pour ce faire, nous avons tracé l'évolution de $\overline{E_z^2}$ suivant un plan de coupe vertical passant par le point focal. Ce travail a été effectué à la fréquence correspondant au point de fonctionnement optimal ($\nu = 9$ GHz) et nous avons alors relevé la largeur à mi-hauteur pour un ensemble de points situés autour de la distance focale dans le but d'estimer la meilleure résolution. La figure 3.27 montre les

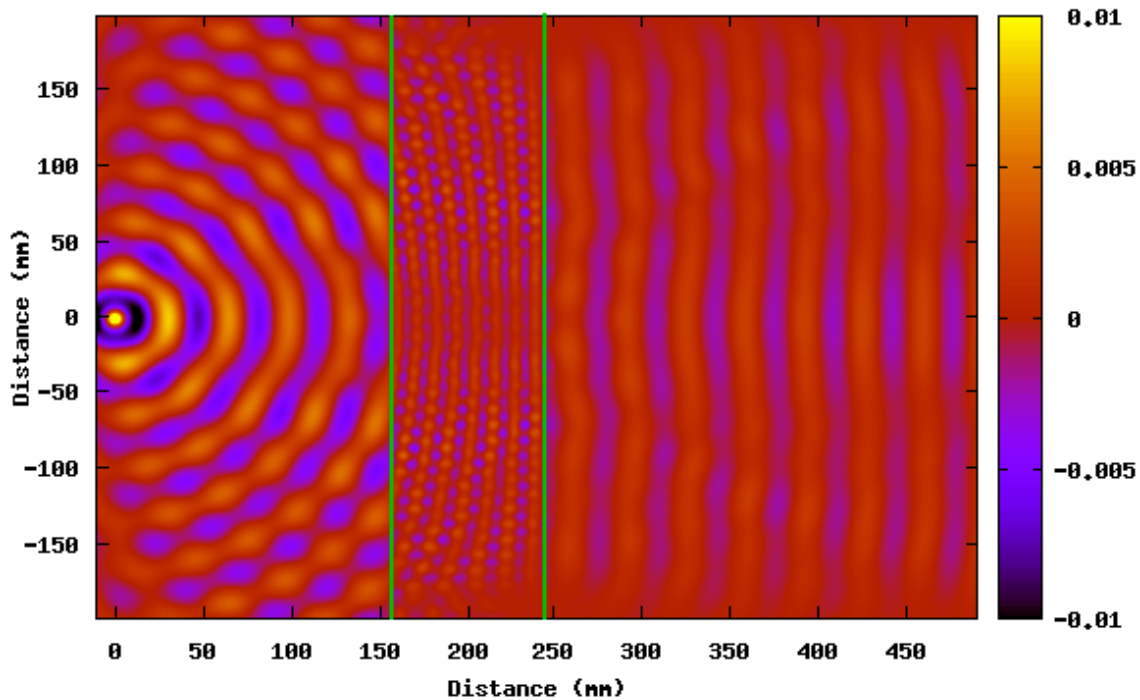


FIGURE 3.26 – [Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z lorsqu’une onde cylindrique à $\nu = 9$ GHz issue d’une source ponctuelle TM à la distance focale $f = 16$ cm traverse la lentille à gradient d’indice négatif. La lentille est délimitée par les deux traits verts verticaux. Les fronts d’onde incidents sont circulaires ; ceux de l’onde transmise sont plans.

résultats obtenus.

Nous nous sommes aperçus que, au mieux, la résolution obtenue est de $0,5 \cdot \lambda$, résultat qui est comparable à ce que d’autres équipes ont pu obtenir après avoir simulé des « super-lentilles ». Nous prenons l’exemple de L. Jiang *et al.* [72] qui obtiennent des résolutions allant de $0,58 \cdot \lambda$ pour la plus mauvaise, à $0,46 \cdot \lambda$ pour la meilleure. Ces résultats de simulation ont été obtenus avec des dispositifs constitués de cristaux photoniques :

- composés de tiges cylindriques de SiO_2 ($n_2 = 1,45$) arrangés périodiquement selon une maille triangulaire dans du silicium ($n_1 = 3,464$),
- composés de tiges cylindriques de silicium arrangés périodiquement selon une maille hexagonale dans un milieu de SiO_2 .

Les dispositifs ont été conçus pour fonctionner dans le domaine de l’infrarouge (la fréquence ν varie de la fréquence minimale de $\nu_{min} = 10$ THz à la fréquence maximale de $\nu_{max} = 300$ THz). Le rayon des tiges a été fixé à $r = 0,35 \cdot a$ où a est la pas de la maille élémentaire. Tous ces résultats ont été obtenus en polarisation TM en se plaçant au niveau de la deuxième bande permise afin d’être au point de fonctionnement optimal, i.e. $n = -1$. L. Jiang *et al.* se sont placés à des fréquences telles que les courbes iso-fréquences étaient circulaires, la vitesse de groupe de signe négatif et la courbe iso-fréquence du cristal photo-

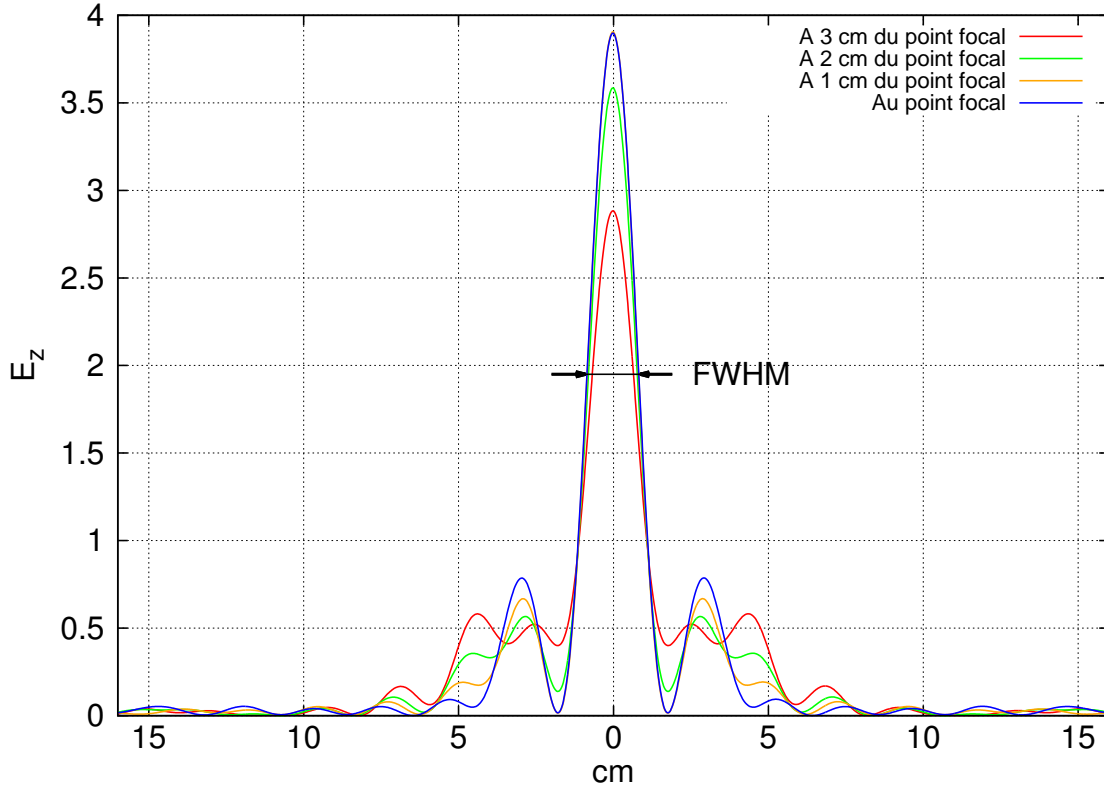


FIGURE 3.27 – [Simulation] Coupes effectuées au niveau du plan focal et autour lorsqu’une onde plane sinusoïdale traverse la lentille à gradient d’indice négatif à la fréquence de $\nu = 9$ GHz. Nous obtenons, au mieux, une largeur à mi-hauteur de $0,5 \cdot \lambda$.

nique confondue avec celle issue du cône de lumière : $n = -1$. Nous remarquons cependant que la réunion de tous ces paramètres ne se produit que sur des gammes de fréquences extrêmement réduites et pour une gamme de facteur de remplissage également restreinte. Les courbes iso-fréquences deviennent, quand la fréquence ν ou le facteur de remplissage η augmentent, de la forme semblable à la figure 3.23. Il n’est alors pas évident de trouver à la fois un cristal photonique, une fréquence ainsi qu’une gamme de facteur de remplissage η suffisamment importante dans laquelle toutes les courbes iso-fréquences soient circulaires pour retrouver l’ensemble des indices effectifs issus du profil d’indice de la figure 3.24. C’est pour ces raisons que nous avons choisi de calculer un indice effectif moyen n_{eff} (équation 3.10) à partir de courbes iso-fréquences non circulaires. Les résultats que nous avons obtenus ont donné une distance focale légèrement inférieure à celle désirée mais ceux concernant la résolution confirment la capacité des cristaux photoniques à réaliser une focalisation sub-longueur d’onde comme cela se fait avec les méta-matériaux [146].

Jusqu’à présent, les cristaux photoniques à gradient qui ont été utilisés l’ont été pour réaliser des lentilles avec un gradient 1D. Nous avons également réalisé des lentilles avec un gradient 2D que nous présentons maintenant.

3.5 Lentille de Lüneburg

3.5.1 Présentation

Concernant les travaux de chercheurs sur l'optique à gradient d'indice, un exemple classique est celui de James Clerk Maxwell [147] qui, en 1850, a montré que dans un matériau à symétrie sphérique dont l'indice de réfraction est donné par

$$n(r) = \frac{a}{b^2 + r^2} \quad (3.12)$$

où a et b sont des constantes et r la distance radiale par rapport à l'axe de la lentille, les rayons de lumière suivaient la trajectoire d'un cercle. Dans une telle structure, l'objet et l'image sont situés sur une sphère. Lüneburg, un siècle plus tard, a modifié ce système en incluant des discontinuités de l'indice de réfraction [148]. Ce principe est très utilisé dans les systèmes intégrés et une des solutions finalement retenues est celle d'un gradient radial. Les distributions d'indice les plus connues sont

1. $n(r) = \sqrt{2 - r^2}$ (Lüneburg) [148–150],
2. $n(r) = r$ (Eaton) [150, 151],
3. $n(r) = \sqrt{\frac{2}{r} - 1}$ (Eaton-Lippmann) [149, 150],
4. $n(r) = \frac{2}{1+r^2}$ (Maxwell Fisheye) [149, 152–155].

Elles sont représentées sur la figure 3.28. Nous avons réalisé deux lentilles de Lüneburg dont

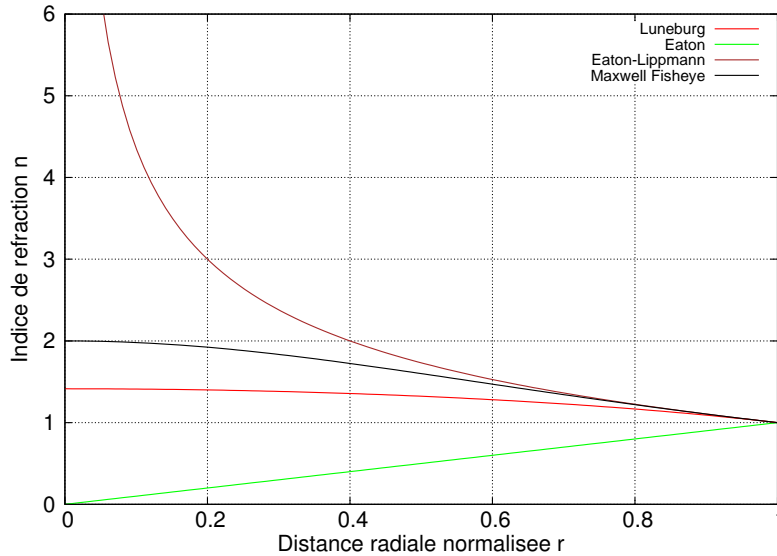


FIGURE 3.28 – Variation de l'indice de réfraction n en fonction de la distance radiale normalisée r pour les lentilles de Lüneburg, de Eaton, de Eaton-Lippmann et Maxwell-Fisheye.

nous montrons les principaux résultats dans ce qui suit.

3.5.2 Principe

La lentille de Lüneburg est une sphère diélectrique dont la permittivité varie en fonction de la distance au centre. Elle est, par exemple, utilisée en radiocommunication hyperfréquence. Elle permet une focalisation des rayonnements hyperfréquence en un foyer situé à la périphérie de la lentille. La lentille peut alors être utilisée en tant que réflecteur (avec une métallisation) ou en tant qu'antenne émettrice ou réceptrice (avec un émetteur / récepteur de rayonnements hyperfréquence). Une antenne de Lüneburg, excitée par une ou plusieurs sources, est en mesure par exemple de répondre aux applications suivantes :

- réalisation de liaisons haut débit en pointant plusieurs satellites,
- communications permanentes pour les véhicules terrestres et sur les bateaux.

Elle est également utilisée pour réaliser des transformations géométriques non étudiées ici [156–159]. Nous nous intéressons aux lentilles de Lüneburg qui sont utilisées dans le domaine des micro-ondes [160–169] ainsi que dans le domaine optique dans le but de les incorporer dans des circuits « photoniques intégrés » [170–175]. Certains chercheurs cherchent désormais à en améliorer les caractéristiques (bandes passantes) en jouant sur les paramètres de mailles des cristaux photoniques utilisés [139, 176]. Xiao-Hong Sun *et al.* ont mis en évidence l'influence de la polarisation : de bien meilleurs résultats ont été obtenus en polarisation TM (comparés à ceux qu'ils ont obtenus en polarisation TE) notamment en ce qui concerne l'intensité du champ au point focal et la bande passante. Pour effectuer ces comparaisons, ils ont conçu deux lentilles (une pour chaque polarisation) de rayon $R = 14 \cdot a = 7 \mu\text{m}$. Ces deux lentilles sont composées de tiges de SiO_2 dont les diamètres sont déterminés par le modèle de Maxwell-Garnett [143]. Leurs relevés des spectres de transmission ont révélé une bande passante comprise dans l'intervalle $0,175 \leq a/\lambda \leq 0,325$ pour la polarisation TE tandis que celle pour la polarisation TM est plus large. En effet, ils n'observent aucune réflexion pour des fréquences $a/\lambda \leq 0,35$. Ils expliquent cette différence par le fait que pour des fréquences réduites supérieures à 0,325 (en polarisation TE), localement, *la lentille n'est plus perçue comme un milieu homogène*. Compte-tenu des biens meilleures performances de la lentille conçue pour fonctionner en polarisation TM, ils observent également une intensité du champ plus importante au niveau du plan focal. En effet, en effectuant une coupe longitudinale du champ, ils montrent qu'au point focal le champ est deux fois plus important en polarisation TM comparé à celui en polarisation TE. De telles lentilles peuvent, par exemple, être utilisées dans la conception d'antennes [124, 153–155, 177].

Notons cependant que la fabrication des lentilles de Lüneburg sphériques n'est pas forcément évidente. Cette problématique a été mise en avant dès 1958 par G.D.M. Peeler et H.P. Coleman [160]. Ils soulignent le fait qu'il n'existe pas de matériaux dont l'indice de réfraction varie de manière continue. Pour réaliser une lentille de Lüneburg, ils ont donc proposé de découper des tranches de matériaux réalisés en polystyrène dont la permittivité diélectrique relative varie de 1,1 à 2,0 par pas de 0,1. Leur lentille est donc constituée de 10 couches successives ; le diamètre alors obtenu est de 45,72 cm (18 inches) pour un fonctionnement dans la bande X.

L'objectif de ce travail est donc de concevoir des lentilles de Lüneburg à partir, dans un premier temps, de cristaux photoniques constitués de tiges d'alumine (cf. partie 3.5.3), puis dans un second temps, de trous d'air dans du téflon (cf. partie 3.5.4). Cette dernière a été

conçue et fabriquée. Elle sera caractérisée expérimentalement. Nous vérifierons l'ensemble des propriétés d'une telle lentille, à savoir

- une lentille de Lüneburg permet de transformer un point source situé sur sa périphérie en un onde plane sinusoïdale sur le côté opposé,
- elle focalise une onde plane sinusoïdale incidente en un point focal situé sur sa périphérie.

Le profil d'indice d'une lentille de Lüneburg est, cette fois-ci, 2D. Il est donné par [178]

$$n(r) = \sqrt{2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2} \quad \text{avec } r < R \quad (3.13)$$

où $n(r)$ est l'indice de réfraction à une distance r par rapport au centre de la lentille et R est le rayon de la lentille de Lüneburg. L'indice $n(r)$ varie donc de $\sqrt{2}$ à 1 en allant du centre au bord de la lentille. Une formule plus générale montre qu'il est également possible d'obtenir une focalisation en dehors de la périphérie de la lentille (à l'intérieur ou à l'extérieur) mais, dans ce cas, le profil d'indice se complique légèrement [179, 180],

$$n(r) = \frac{1}{\frac{f}{R}} \sqrt{1 + \left(\frac{f}{R}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}, \quad \text{avec } r < R \quad (3.14)$$

où f est la distance focale calculée à partir du centre de la lentille telle que :

- $f < R$: focalisation à l'intérieur de la lentille,
- $f = R$: cas classique de la focalisation sur la périphérie de la lentille,
- $f > R$: focalisation à l'extérieur de la lentille.

3.5.3 Lentille de Lüneburg à cristal photonique en alumine

Lors de la conception des différentes lentilles que nous avons étudiées, nous avons exploité l'ensemble des courbes iso-fréquences calculées pour établir des courbes paramétriques reliant l'indice effectif n_{eff} aux différents paramètres des cristaux photoniques utilisés (maille, fréquence, gradient, permittivité). Les cristaux photoniques métalliques ne permettant pas d'obtenir un indice supérieur à 1, nous nous sommes tournés vers les diélectriques et plus précisément vers l'alumine et le téflon. Parmi ces courbes, nous avons repéré la valeur $n_{eff} = \sqrt{2}$ typique d'une lentille de Lüneburg. Cela nous a alors amené à concevoir une telle lentille avec des tiges en alumine.

Nous avons donc utilisé des tiges d'alumine et une maille carrée dont le pas a été fixé à $a = 7$ mm. Le gradient est toujours à facteur de remplissage qui varie de 0 à 0,324. Nous avons tracé les courbes iso-fréquences dans la première bande permise à $\nu = 9$ GHz pour la polarisation TM (cf. figure 3.29) et déduit de cette figure une équation décrivant l'évolution de l'indice effectif en fonction du rayon r_{tiges} des tiges. Il nous a donc suffi de résoudre

Diamètres des tiges (en mm) :

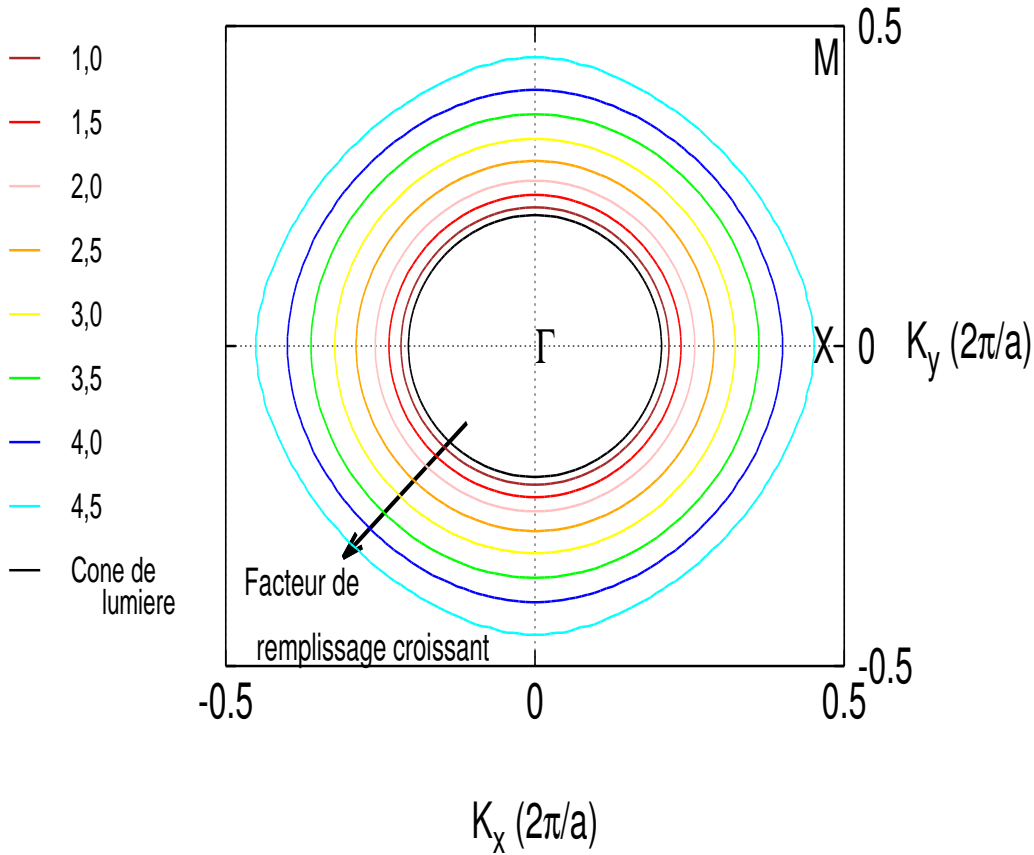


FIGURE 3.29 – Courbes isofréquences à $\nu = 9$ GHz pour différents rayons de tiges d'alumine dans l'air. La maille élémentaire est carrée de période $a = 7$ mm ($a/\lambda = 0,21$). La polarisation est transverse magnétique (TM).

l'équation

$$\begin{aligned}
 n_{eff}(r_{tiges}/a) &= -20,84 \cdot \left(\frac{r_{tiges}}{a}\right)^3 + 18,2286 \cdot \left(\frac{r_{tiges}}{a}\right)^2 - 0,308 \cdot \frac{r_{tiges}}{a} + 1 \\
 &= \sqrt{2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}, \quad r \leq R
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

pour connaître l'ensemble des rayons des tiges d'alumine ayant fixé arbitrairement $R = 10$ cm de façon à pouvoir la fabriquer. Nous avons donc abouti au schéma de principe présenté à la figure 3.30(a).

Focalisation

Nous avons simulé cette lentille à l'aide de mon code FDTD. Le domaine a pour dimensions $4000 \times 2900 \Delta x^2$ avec $\Delta x = 0,07$ mm. Le nombre de mailles par tige varie de 0 à 64. Nous avons pu vérifier, dans un premier temps, qu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 9$ GHz se focalisait à la périphérie de la lentille (cf. figure 3.31). Nous avons également relevé la résolution de cette lentille à partir d'une coupe effectuée au niveau du plan focal situé sur la périphérie de la lentille. Le résultat est présenté figure 3.32. Il montre que la

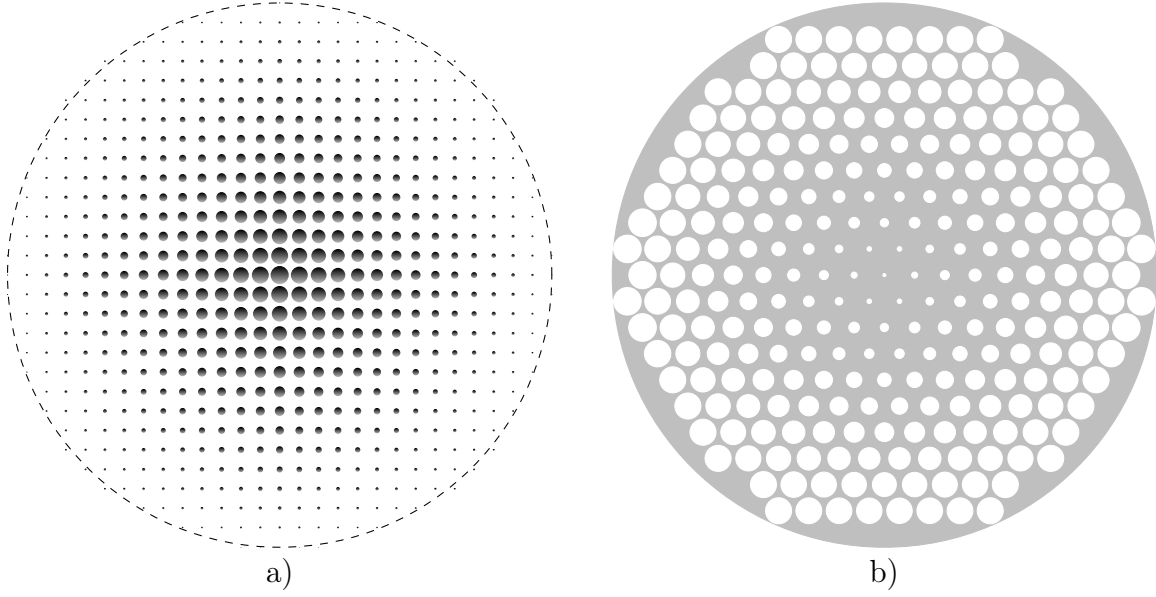


FIGURE 3.30 – Schémas des lentilles de Luneburg simulées. Le gradient est 2D. a) Elle est constituée de tiges d'alumine. Le réseau est carré et la pas de la maille vaut $a = 7$ mm. b) Elle est constituée de trous d'air dans du téflon. Le réseau est triangulaire et le pas de la maille vaut $a = 10$ mm.

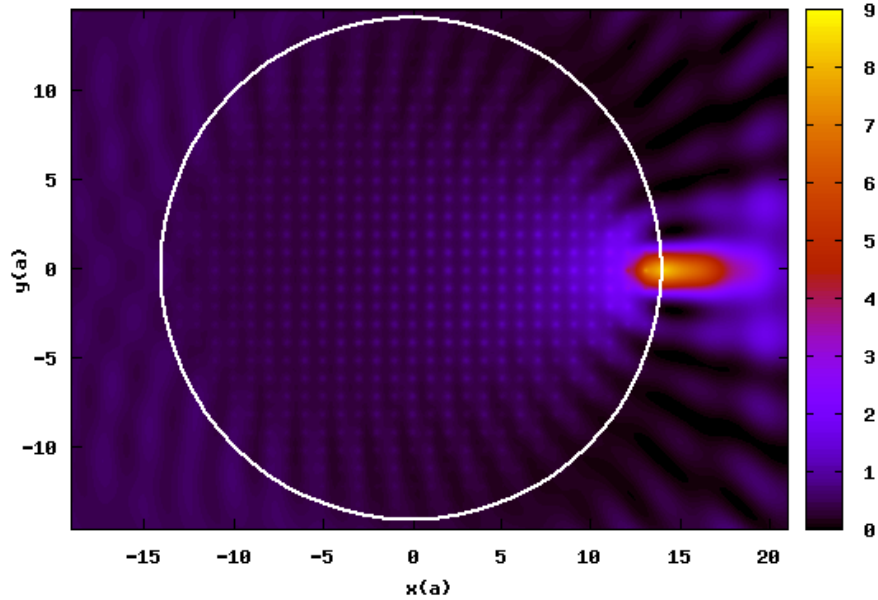


FIGURE 3.31 – [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 9$ GHz traverse la lentille de Luneburg constituée de tiges d'alumine. Cette onde incidente est focalisée à la périphérie de la lentille.

courbe obtenue à l'allure d'un sinus cardinal. Nous obtenons une largeur à mi-hauteur de $FWHM \approx 0,42 \cdot \lambda$, soit une résolution meilleure que celle que Xiao-Hong Sun *et al.* [139] ont pu obtenir à partir de la lentille qu'ils ont conçue pour un fonctionnement en polarisation TM à partir de la méthode de Maxwell-Garnett [143]. Elle offre, au mieux, une résolution de

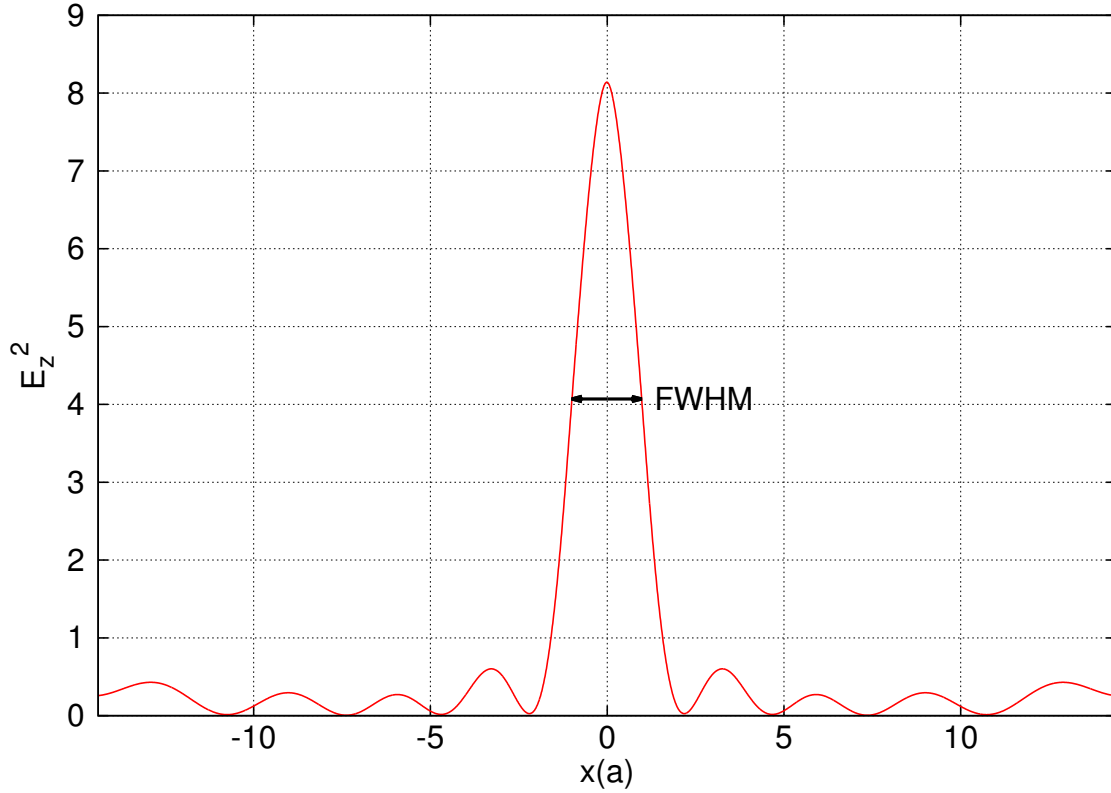


FIGURE 3.32 – [Simulation] Coupe effectuée au niveau du plan focal obtenu en simulation lorsqu’une onde plane sinusoïdale TM à $\nu = 9$ GHz traverse la lentille de Lüneburg à cristal photonique en alumine. La courbe a l’allure d’un sinus cardinal. La largeur à mi-hauteur obtenue est $FWHM \approx 0,42 \cdot \lambda$.

$0,47 \cdot \lambda$, valeur supérieure à ce que nous relevons. Ce résultat s’explique par la discrétisation du domaine à partir d’un pas spatial fixe imposé par la méthode FDTD. Cependant, il montre une nouvelle fois l’intérêt de la mise en œuvre de ce travail. Notons tout de même que la coupe que nous avons relevée montre la présence de lobes secondaires d’amplitude $\approx 0,05 \cdot \overline{E_z^2}_{(\max)}$ alors qu’ils sont quasi-absents dans [139].

Collimation

Dans un second temps, nous avons simulé la propagation d’ondes cylindriques en plaçant des sources ponctuelles TM à différents endroits situés sur la périphérie de la lentille et nous avons pu observer que, dans les trois cas simulés (voir figures 3.33 et C.1 en annexe C), l’onde était plane en sortie.

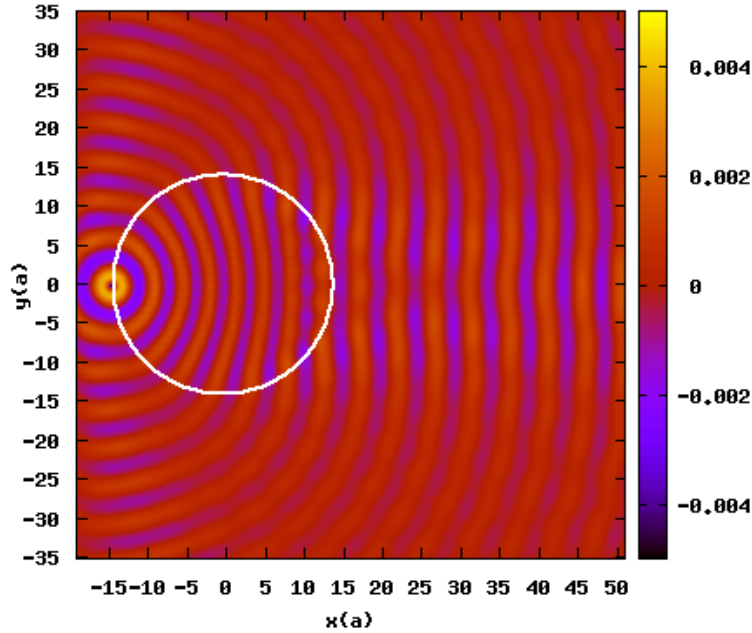


FIGURE 3.33 – [Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z (champ électrique parallèle aux tiges d'alumine) lorsqu'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz située sur la périphérie de la lentille de Lüneburg constituée de tiges d'alumine la traverse. Les fronts d'onde en sortie sont plans.

Dispersion

Tout comme nous l'avons fait avec les lentilles précédentes, nous avons étudié l'effet de la dispersion en faisant varier la fréquence de fonctionnement autour de la fréquence optimale de $\nu = 9$ GHz. Nous sommes restés dans la bande X ($\sim [8 \text{ GHz} - 12 \text{ GHz}]$) et nous avons donc simulé la propagation d'une onde plane sinusoïdale aux fréquences de 8 GHz, 10 GHz, 11 GHz et 12 GHz (cf. figure 3.34). Nous avons pu observer très clairement l'effet de la dispersion sur cette figure : une diminution de la fréquence entraîne la focalisation à l'extérieur de la lentille de Lüneburg ; une augmentation entraîne au contraire la focalisation à l'intérieur de cette lentille.

Dans le but de montrer qu'il est possible de réaliser une telle lentille avec un matériau différent et une technique différente, i.e. à partir de trous d'air dans du téflon, nous avons réalisé un travail similaire qui est présenté dans la partie suivante. Notre but étant de la caractériser expérimentalement, ces paramètres ont été choisis compte-tenu du coût abordable du téflon et de son usinage plus aisé que la fabrication de tiges d'alumine de différents diamètres.

3.5.4 Lentille de Lüneburg à cristal photonique en téflon

Le choix du téflon pour réaliser cette seconde lentille ne doit rien au hasard. En effet, il a fallu trouver un matériau diélectrique facile à usiner et dont la permittivité diélectrique soit telle qu'il est possible, en y perçant des trous de différents diamètres, de retrouver des indices effectifs compris entre 1 (bord de la lentille) et $\sqrt{2}$ (centre de la lentille), ce qui est le cas de ce matériau.

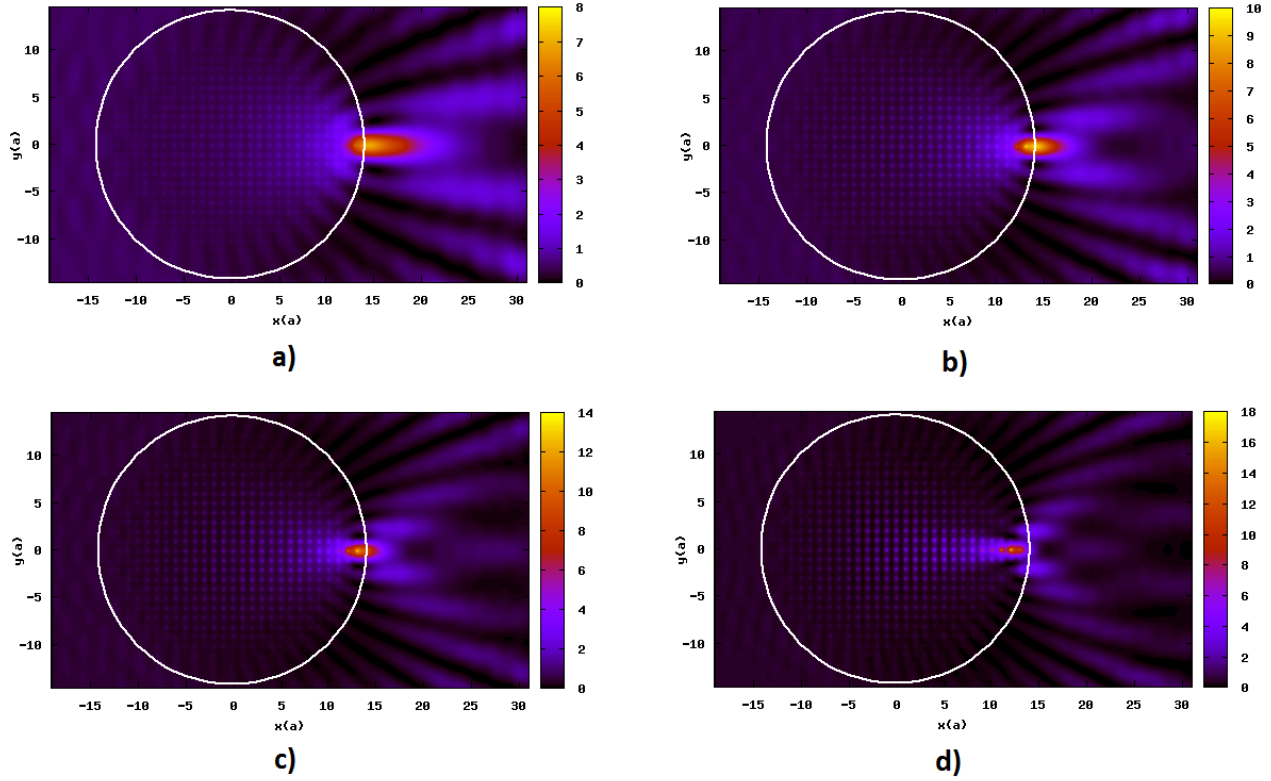


FIGURE 3.34 – [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à a) $\nu = 8$ GHz; b) $\nu = 10$ GHz; c) $\nu = 11$ GHz et d) $\nu = 12$ GHz traverse la lentille de Lüneburg constituée de tiges d'alumine. Cette onde incidente n'est plus focalisée à la périphérie de la lentille et la « distance focale » diminue au fur-et-à-mesure que la fréquence augmente.

Pour cette lentille, la fréquence de fonctionnement est de $\nu = 10$ GHz, la maille est triangulaire avec un pas de $a = 10$ mm donc $a/\lambda = 0,33$. La permittivité diélectrique relative du téflon est $\epsilon_r = 2,1$. Nous avons choisi une maille triangulaire pour montrer qu'il était également possible de réaliser une lentille de Lüneburg avec ce type de cristal photonique. Les courbes iso-fréquences obtenues pour des rayons de trous compris entre $r_t = 0,05 \cdot a$ et $r_t = 0,45 \cdot a$ est donnée par la figure 3.35. Nous avons appliqué exactement la même méthode que celle que nous avons présentée précédemment pour dresser une courbe d'étalonnage donnant l'indice effectif n_{eff} du cristal photonique en fonction du rayon des trous d'air r_t dans le téflon. Nous avons abouti à l'équation suivante, qu'il suffit de résoudre pour obtenir cette nouvelle lentille de Lüneburg

$$\begin{aligned}
 n_{eff}(r_t/a) &= -1,9021 \cdot \left(\frac{r_t}{a}\right)^3 - 0,4373 \cdot \left(\frac{r_t}{a}\right)^2 - 0,1093 \cdot \frac{r_t}{a} + 1,4571 \\
 &= \sqrt{2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}, r \leq R
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Le schéma de principe de la lentille ainsi obtenue est indiqué figure 3.30(b).

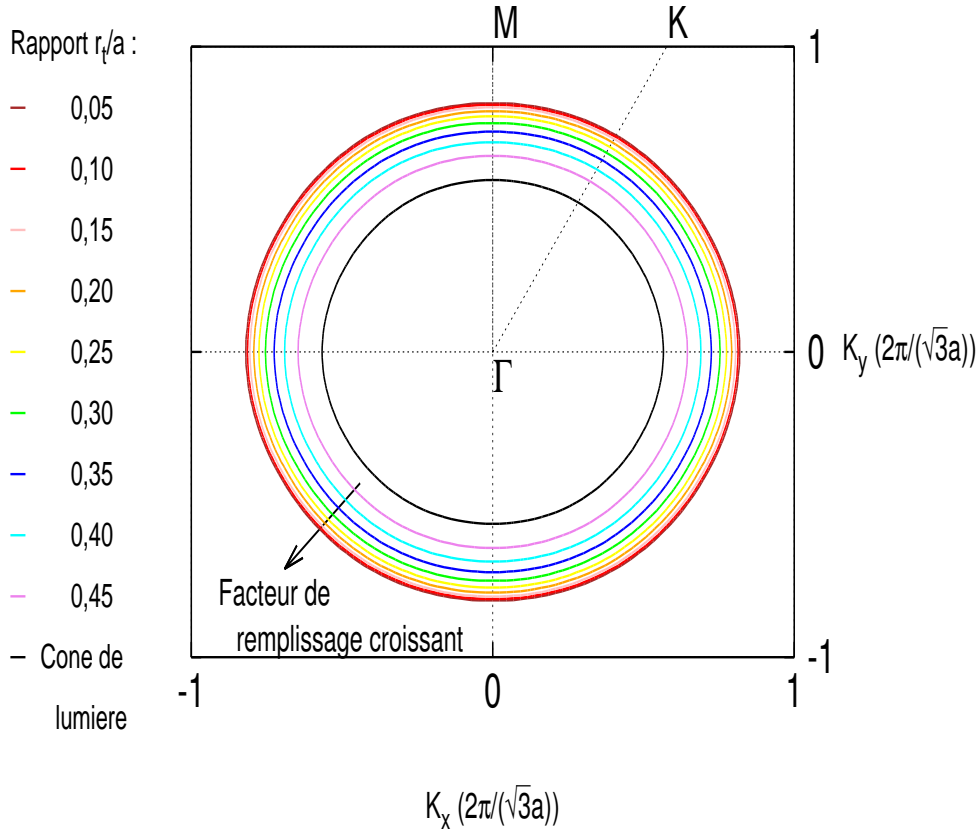


FIGURE 3.35 – Courbes iso-fréquences dans la première bande permise à $\nu = 10$ GHz d'un cristal photonique diélectrique à maille triangulaire. Il est constitué de trous d'air dont on fait varier le rayon dans du téflon. Le pas $a = 10$ mm et $a/\lambda = 0,33$. La polarisation est transverse magnétique (TM).

Focalisation

Nous avons simulé cette lentille à l'aide de mon code FDTD. Le domaine a pour dimensions $5000 \times 2020 \Delta x^2$ avec $\Delta x = 0,1$ mm. Le nombre de mailles par trou varie de 0 à 90. Nous avons effectué le même travail que pour la lentille précédente (partie 3.5.3), à savoir vérifier que l'onde plane sinusoïdale incidente, à la fréquence de $\nu = 10$ GHz, se focalisait bien à la périphérie de la lentille (cf. figure 3.36).

Collimation

Nous avons également pu observer que si une onde cylindrique est émise par une source ponctuelle TM située à la périphérie de la lentille à la fréquence de $\nu = 10$ GHz, alors l'onde transmise est bien une onde plane sinusoïdale (cf. figure 3.37).

Dispersion

Nous avons constaté une nouvelle fois que pour des fréquences de l'onde incidente différentes de celle initialement choisie ($\nu = 10$ GHz), il n'y avait plus focalisation sur la périphérie de la lentille et que la « distance focale » augmentait avec la fréquence comme le montre la figure 3.38.

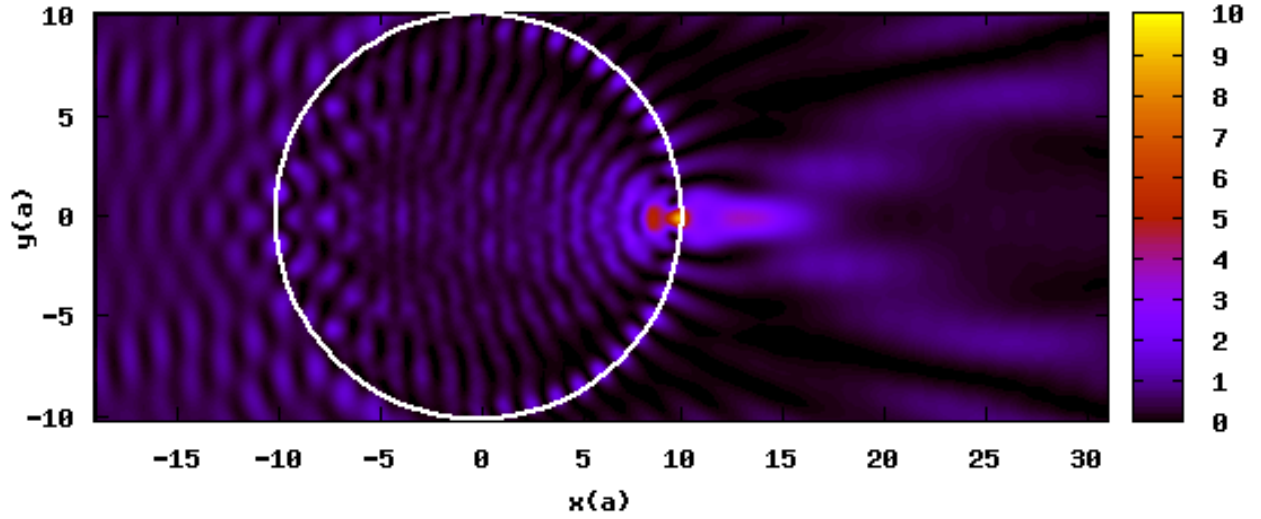


FIGURE 3.36 – [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 10$ GHz traverse la lentille de Luneburg constituée de trous d'air dans du téflon. Cette onde incidente est focalisée à la périphérie de la lentille.

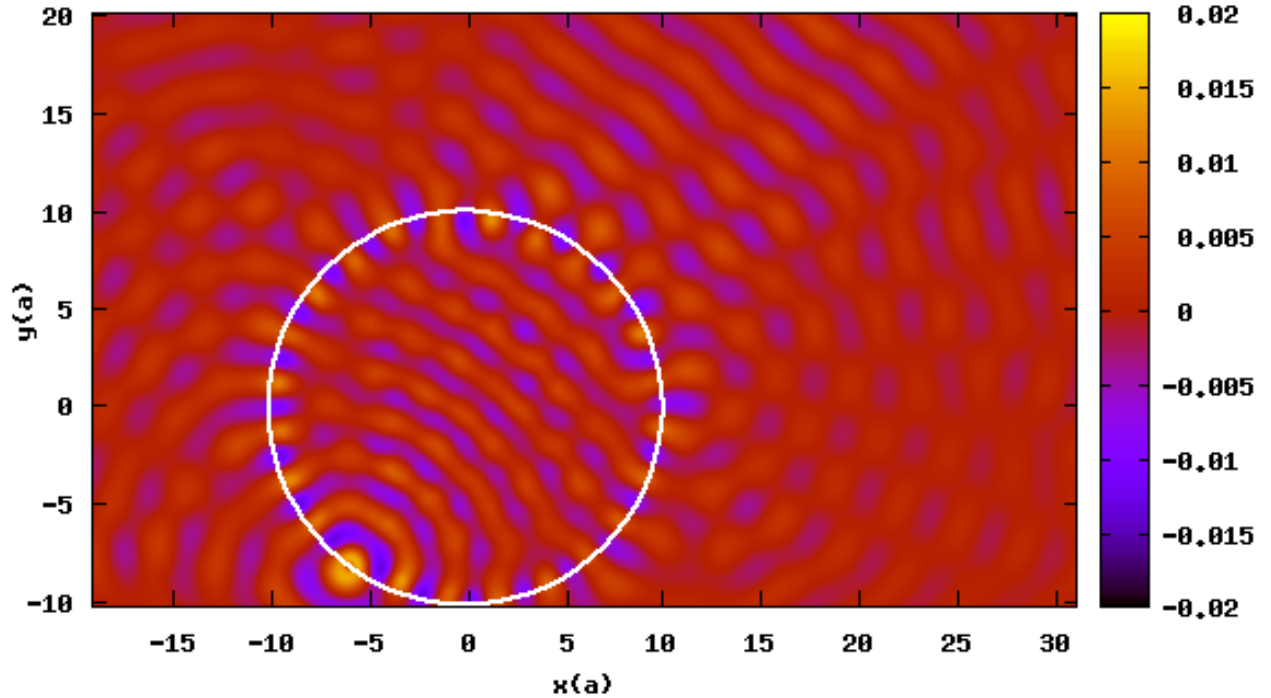


FIGURE 3.37 – [Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z lorsqu'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 10$ GHz située sur la périphérie traverse la lentille de Luneburg constituée de trous d'air dans du téflon. Les fronts d'onde en sortie sont plans.

À partir des courbes paramétriques reliant l'indice effectif n_{eff} aux différents paramètres des

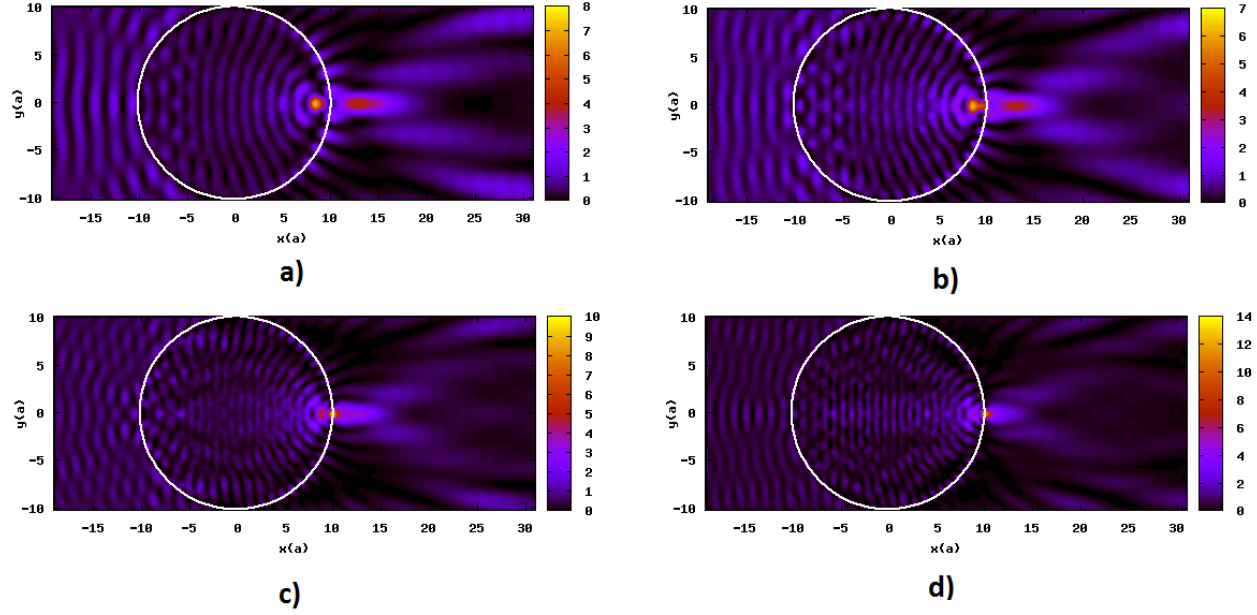


FIGURE 3.38 – [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à a) $\nu = 8$ GHz; b) $\nu = 9$ GHz; c) $\nu = 11$ GHz et d) $\nu = 12$ GHz traverse la lentille de Lüneburg constituée de trous d'air dans du téflon. Cette onde incidente n'est plus focalisée à la périphérie de la lentille et la « distance focale » augmente au fur-et-à-mesure que la fréquence augmente.

cristaux photoniques en alumine utilisés dans la partie 3.5.3, nous avons également repéré la valeur $n_{eff} = 2$ typique d'une lentille de Maxwell Fisheye que nous réalisons et caractérisons dans la partie suivante.

3.6 Lentilles Maxwell Fisheye et Half Maxwell Fisheye

3.6.1 Lentille Maxwell Fisheye

Afin de confirmer qu'à partir des mêmes cristaux photoniques utilisés dans la conception de la première lentille de Lüneburg il était possible de réaliser d'autres dispositifs, nous avons utilisé les mêmes paramètres de maille, de permittivité diélectrique et de fréquence dans le but de concevoir une lentille de Maxwell Fisheye et de vérifier qu'à partir de celle-ci, nous pouvions également obtenir une lentille Half Maxwell Fisheye. Pour une lentille de Maxwell Fisheye, une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle située en périphérie de la lentille se retrouvera focalisée à l'autre extrémité de cette même lentille et ce quelque soit la position d'origine de la source ponctuelle. Si l'on « coupe » cette lentille en deux, on obtient une lentille Half Maxwell Fisheye, qui transforme une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle située sur la périphérie de la lentille en onde plane sinusoïdale : c'est la propriété de collimation.

Ces lentilles peuvent par exemple être utilisées pour réaliser des coupleurs. En effet, la connexion entre guide d'ondes de largeurs différentes pose problème, elle induit des pertes importantes de puissance. Pour résoudre ce souci et améliorer le couplage entre un guide

d'onde de largeur $15,46 \mu\text{m}$ et un second de largeur $2,21 \mu\text{m}$, H. Kurt *et al.* ont intercalé une lentille de Maxwell Fisheye entre ces deux guides et ont obtenu un coefficient de transmission supérieur ou égal à 75% sur la bande de fréquences $0,44 \leq a/\lambda \leq 0,53$ avec un pic à 90% pour la fréquence $a/\lambda = 0,5$. Ces résultats montrent l'intérêt de ces lentilles [181].

Le profil d'indice $n(r)$ d'une lentille de Maxwell Fisheye s'écrit de la façon suivante en fonction de r [178]

$$n(r) = \frac{2}{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2} \quad (3.17)$$

où $R = 10 \text{ cm}$ est le rayon de cette lentille qui a été choisi arbitrairement. Nous avons donc repris les résultats de la partie consacrée à la conception d'une lentille de Lüneburg pour l'établissement de la courbe d'étalonnage. Rappelons que nous avons choisi

- $a = 7 \text{ mm}$ (maille carrée),
- $\nu = 9 \text{ GHz}$ soit $a/\lambda = 0,21$.

Pour déterminer l'ensemble des rayons des tiges d'alumine à placer, il nous a suffi de résoudre l'équation 3.18,

$$\begin{aligned} n_{eff}(r_{tiges}/a) &= -2,518 \cdot \left(\frac{r_{tiges}}{a}\right)^3 + 11,84 \cdot \left(\frac{r_{tiges}}{a}\right)^2 + 0,231 \cdot \frac{r_{tiges}}{a} + 0,994 \\ &= \frac{2}{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2}, r \leq R \end{aligned} \quad (3.18)$$

L'équation est différente de celle obtenue pour la lentille de Lüneburg à cristal photonique en alumine car, pour une lentille de Maxwell Fisheye, les indices effectifs varient de 1 au bord de la lentille à 2 au centre.

Une fois calculés l'ensemble des rayons des tiges, la lentille obtenue a une forme analogue au schéma de principe présenté sur la figure 3.30(a). Par le biais du code FDTD que j'ai écrit, nous avons réalisé cette lentille et relevé la cartographie du champ électrique E_z après avoir simulé la propagation d'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM placée en quatre endroits différents. Les figures 3.39 et C.2 en annexe C répertorient l'ensemble des résultats de simulation obtenus. Ils correspondent à ce que l'on attend d'une telle lentille. En effet, dans tous les cas, l'onde issue de la source ponctuelle est focalisée à la périphérie de la lentille à 180° par rapport à son point d'origine.

3.6.2 Lentille Half Maxwell Fisheye

On « coupe » cette lentille en deux et on obtient alors le résultat de simulation de la figure 3.40. Cette cartographie du champ électrique E_z instantané montre que l'onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM située à la périphérie de la lentille ressort en onde plane sinusoïdale, ce qui est le résultat attendu d'une telle lentille.

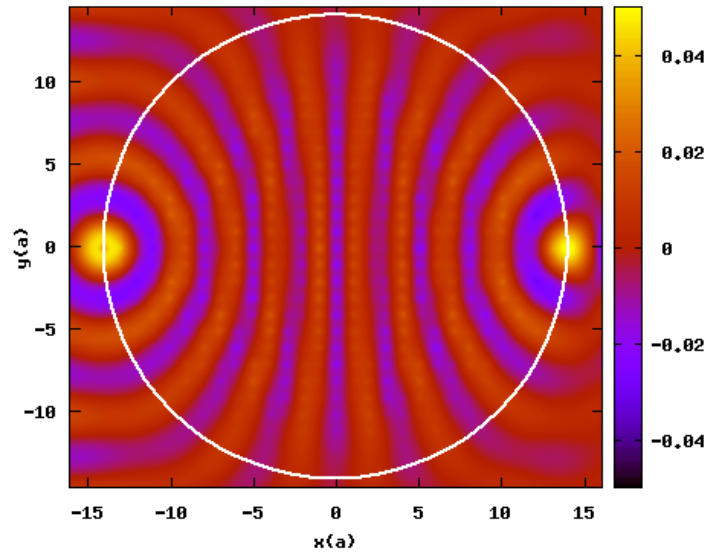


FIGURE 3.39 – [Simulation] FDTD de la lentille de Maxwell Fisheye conçue avec des tiges d'alumine dans l'air. L'onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz située sur la périphérie est focalisée au point symétrique par rapport au centre de la lentille.

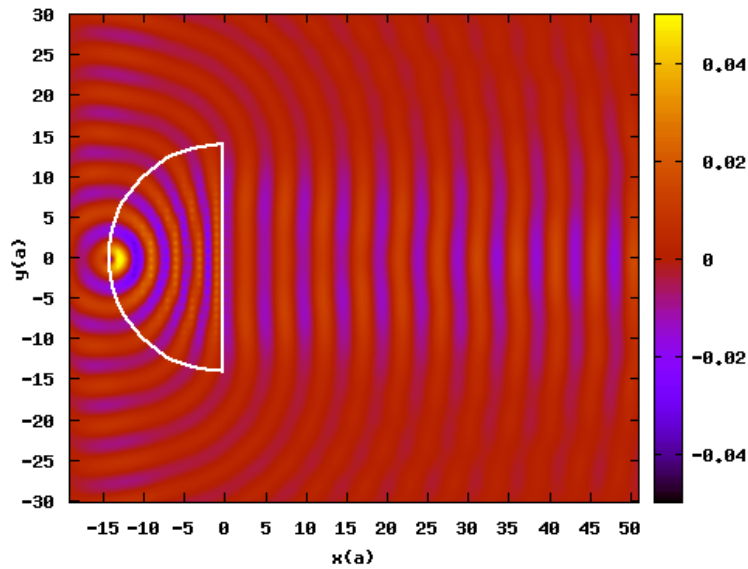


FIGURE 3.40 – [Simulation] FDTD de la lentille Half Maxwell Fisheye conçue avec des tiges d'alumine dans l'air. La fréquence de fonctionnement optimal de cette lentille est de $\nu = 9$ GHz. Cette cartographie du champ électrique E_z instantané montre que l'onde cylindrique issue de la source ponctuelle TM située à la périphérie de la lentille ressort en onde plane sinusoïdale, ce qui est le résultat attendu d'une telle lentille.

3.7 Optique à gradient d'indice

En 1954, Fletcher [182] a montré que si l'indice de réfraction dans un matériau cylindrique était de la forme

$$n(r) = n_0 \cdot \text{sech}(g \cdot r) \quad (3.19)$$

où n_0 est l'indice de réfraction suivant l'axe de la lentille, g la constante du gradient d'indice qui dépend de l'épaisseur de la lentille et de la fonction réalisée et r la distance radiale par rapport à l'axe de la lentille, alors les trajectoires des rayons à l'intérieur de ce matériau, dans le plan méridien, sont sinusoïdales. Remarquons qu'en effectuant un développement limité à l'ordre 2,

$$n^2(r) = n_0^2 \cdot (1 - g^2 r^2) \quad (3.20)$$

On obtient un profil parabolique comme dans nos études précédentes. On retrouve de tels dispositifs dans un nombre grandissant de produits toujours commercialisés tels que les endoscopes (applications médicales), les télécopieurs ou encore les photocopieurs [183]. Tous ces produits utilisent les lentilles SELFOC® [184]. Suivant les valeurs données à g ainsi qu'à l'épaisseur de cette lentille [10], les fonctions réalisées varient comme le montre la figure 3.41. Les principales fonctions sont les suivantes

1. $L_x = 0,25 \cdot P$: la lentille focalise une onde collimatée sur sa face de sortie et elle collimate l'onde cylindrique issue d'une source ponctuelle située sur sa face d'entrée,
2. $L_x = 0,23 \cdot P$: la lentille focalise une onde collimatée en un point focal. La focalisation se fait à l'extérieur de la lentille,
3. $L_x = 0,29 \cdot P$: la lentille focalise une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle en un point focal,
4. $L_x = 0,5 \cdot P$: la lentille peut
 - transférer une onde collimatée d'une extrémité à l'autre,
 - transférer une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle d'une extrémité à l'autre.

Au cours du siècle dernier, tous les composants optiques, exceptés les lentilles, ont pu être miniaturisés. Il est cependant envisageable, au vu des nouvelles techniques de fabrication actuelles et des nouveaux matériaux (notamment les polymères), d'arriver à réaliser de telles lentilles pour une intégration dans des systèmes aux dimensions toujours plus réduites [185]. Ces lentilles représentent une alternative intéressante aux lentilles sphériques classiques étant donné que leurs fonctions vont dépendre, entre autres, de leurs tailles. Ici, contrairement aux lentilles sphériques, on utilise des surfaces planes et les rayons de lumière se propageant à l'intérieur de telles lentilles sont courbés en continu jusqu'à se concentrer en un point. C'est le cas si on choisit l'épaisseur de la lentille L_x telle que $L_x = 0,25 \cdot P$ ou P est la période des rayons lumineux à l'intérieur de la lentille. Les rayons incidents sur la face d'entrée suivent un trajet sinusoïdal à travers la lentille comme le montre la figure 3.41. La période de ce trajet est appelé « Pitch » (P) et vaut

$$P = \frac{2 \cdot \pi}{g}$$

Le profil d'indice de telles lentilles est donné par la formule 3.19. La valeur de la constante g dépend de l'épaisseur de la lentille,

$$g = \frac{\pi}{2L_x}. \quad (3.21)$$

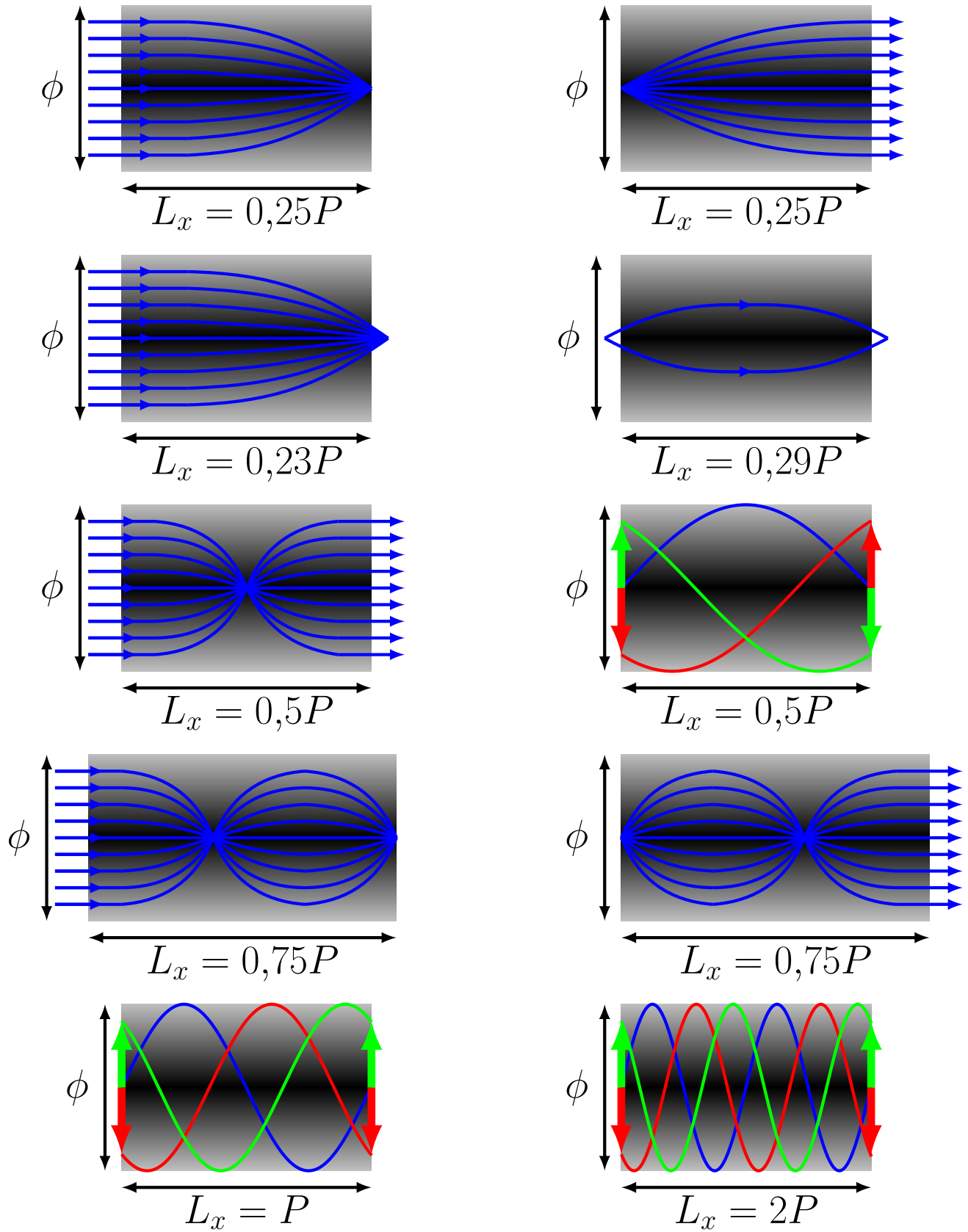


FIGURE 3.41 – Ensemble des fonctions réalisables avec des lentilles à gradient d'indice SELFOC®. Le profil d'indice de telles lentilles est de la forme $n(r) = n_0 \cdot \text{sech}(g \cdot r)$ où n_0 est l'indice de réfraction suivant l'axe de la lentille, g la constante du gradient d'indice dépendante de l'épaisseur de la lentille L_x , P la période de la sinusoïde et r la distance radiale par rapport à l'axe de la lentille. ϕ est le diamètre de chaque lentille. Suivant la fonction à réaliser, il faut faire varier l'épaisseur de la lentille.

Si on souhaite réaliser la focalisation d'une onde incidente plane sur la surface de sortie de la lentille (en haut à gauche sur la figure 3.41), nous pouvons alors calculer la valeur de la période P du trajet sinusoïdal suivi par les rayons lumineux à l'intérieur de la lentille,

$$L_x = 0,25 \cdot P \quad \text{soit} \quad P = 4 \cdot L_x \quad (3.22)$$

Nous avons reproduit l'ensemble des fonctions optiques qui sont commercialisées [184] indiquées sur la figure 3.41 avec des cristaux photoniques constitués de tiges d'alumine dans l'air. Pour faire ces simulations, nous avons choisi une fréquence de fonctionnement de $\nu = 9$ GHz comme pour la conception de la lentille de Maxwell Fisheye. De plus, nous avons fixé

- $n_0 = 2,2$,
- $L_x = 10 \cdot a = 7$ cm (a est le pas de la maille carrée élémentaire et vaut 7 mm),
- $a/\lambda = 0,21$.

Avec ces valeurs numériques, nous obtenons une période $P = 28$ cm et $g = 22,44$ m⁻¹. Pour déterminer les rayons r_{tiges} des tiges d'alumine en fonction de la distance r par rapport à l'axe de la lentille, il nous a donc fallu résoudre l'équation suivante

$$\begin{aligned} n_{eff} &= -2,518 \cdot \left(\frac{r_{tiges}}{a}\right)^3 + 11,84 \cdot \left(\frac{r_{tiges}}{a}\right)^2 + 0,231 \cdot \frac{r_{tiges}}{a} + 0,994 \\ &= 2,2 \cdot \text{sech}(22,44 \cdot r) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Les rayons des tiges d'alumine sont donnés dans le tableau 3.4. Une fois ces calculs effectués,

Distance r par rapport à l'axe de la lentille (en mm)	Rapport r_{tige}/a
0	0,320
7	0,316
14	0,305
21	0,287
28	0,263
35	0,233
42	0,199
49	0,159
56	0,109

Tableau 3.4 – Rayons des tiges d'alumine d'alumine en fonction de la distance par rapport à l'axe afin de réaliser l'ensemble des fonctions des lentilles SELFOC®. Ces valeurs ont été faites en supposant que $L_x = 7$ cm = $0,25 \cdot P$.

pour réaliser l'ensemble des fonction présentées sur la figure 3.41, il suffit de jouer sur le nombre de couches sachant que les calculs initiaux ont été effectués pour avoir une focalisation d'une onde plane sinusoïdale incidente sur la surface de sortie de la lentille et donc $L_x = 10 \cdot a = 0,25 \cdot P$. Les principaux résultats de simulation pour $L_x = 0,23 \cdot P$, $L_x = 0,25 \cdot P$ et $L_x = 0,29 \cdot P$ sont donnés par la figure 3.42. Pour $L_x = 0,5 \cdot P$, ils sont donnés par la figure 3.43. Les autres cas sont reportés sur la figure C.3 en annexe C. Ils

montrent une bonne concordance avec les résultats obtenus avec des lentilles « classiques ». Les écarts peuvent s'expliquer par le fait que le cristal photonique est fini et que la longueur du dispositif correspond à peu près à celles théoriques des lentilles SELFOC®. Ceux-ci montrent également, une nouvelle fois, les capacités remarquables des cristaux photoniques dans la conception de dispositifs et de fonctions à partir de matériaux relativement simples mais qui peuvent s'avérer coûteux à réaliser au vu de la précision requise. Ils offrent de très bonnes performances pour, par exemple, réaliser un couplage de fibres.

Conclusion

En utilisant des cristaux photoniques dont on fait varier un des paramètres de mailles (dimensions de la maille élémentaire, facteur de remplissage, permittivité diélectrique) à l'échelle de la maille élémentaire, on parvient à courber la lumière et reproduire des phénomènes naturels. Nous nous sommes appuyés sur ce principe pour concevoir différentes lentilles en utilisant des cristaux photoniques dont nous faisons varier le facteur de remplissage pour reproduire les profils d'indice théoriques 1D. Nous avons notamment conçu et caractérisé expérimentalement une lentille à gradient d'indice positif constituée de cristaux photoniques à pistes métalliques gravés sur des cartes de circuits imprimés pour des applications dans la bande X. Cette lentille focalise une onde plane sinusoïdale à la distance focale désirée et collimate une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle au foyer objet. La seule autre caractérisation expérimentale d'une lentille à gradient d'indice a été faite par H. Kurt *et al.* [8]. Des lentilles, dont les profils d'indice sont 2D telles que des lentilles de Luneburg et Maxwell Fisheye, ont également été étudiées en simulation. Ce chapitre se termine par l'étude de lentilles SELFOC®.

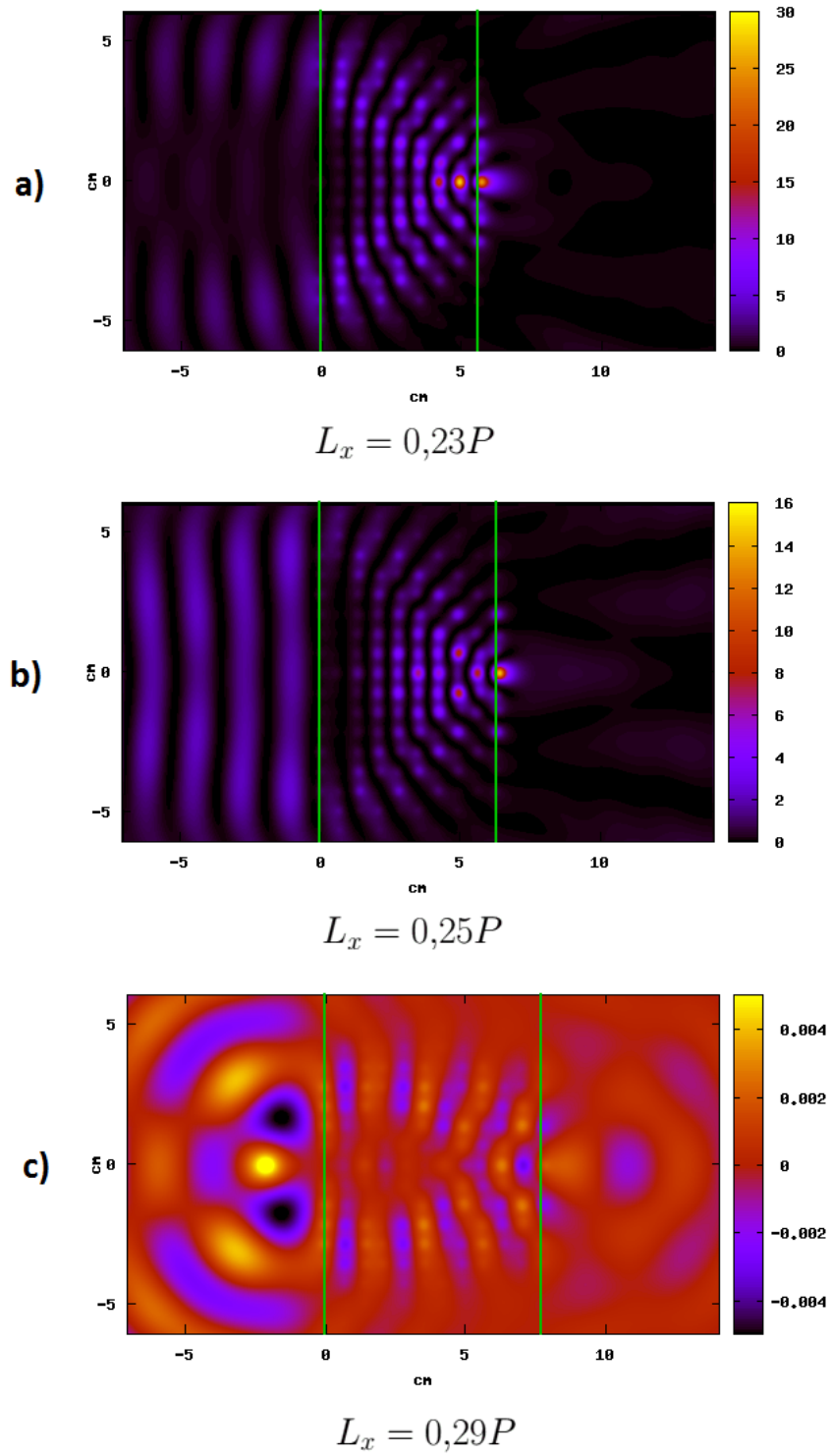
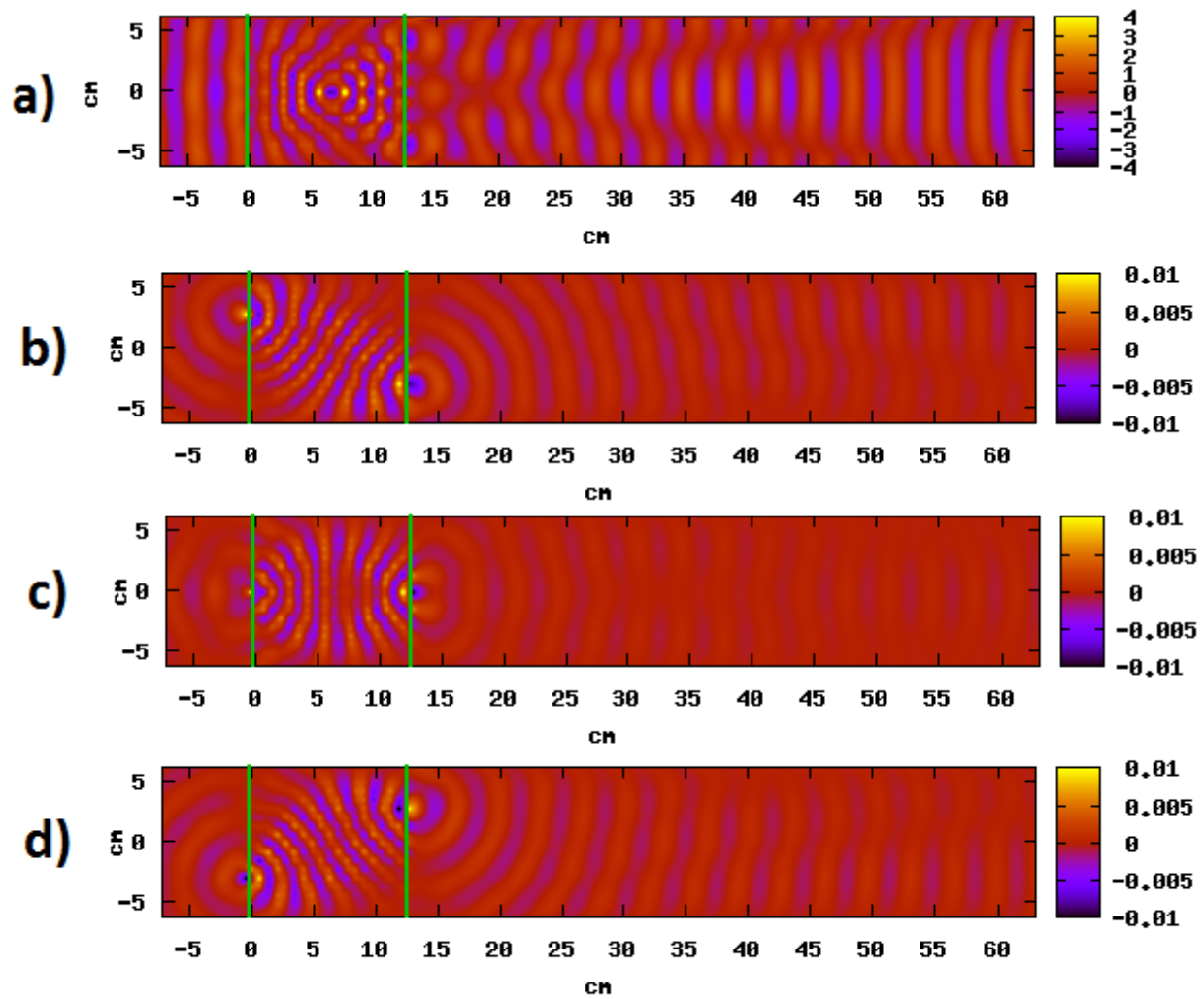


FIGURE 3.42 – [Simulation] Trois fonctions réalisables avec des lentilles à gradient d'indice SELFOC®. a) Focalisation d'une onde collimatée en un point focal situé à l'extérieur de la lentille. b) Focalisation d'une onde collimatée sur la périphérie de la lentille. c) Focalisation d'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle en un point focal. Ces lentilles sont réalisées avec des cristaux photoniques 2D constitués de tiges d'alumine dans l'air. La fréquence de fonctionnement est de $\nu = 9$ GHz.



$$L_x = 0,5P$$

FIGURE 3.43 – [Simulation] Deux fonctions réalisables avec des lentilles à gradient d'indice SELFOC®. a) Transfert d'une onde collimatée d'une extrémité à l'autre. b), c) et d) Transfert d'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle d'une extrémité à l'autre avec inversion de l'image. L'inversion de l'image est démontrée par les figures b) et d). Ces lentilles sont réalisées avec des cristaux photoniques 2D constitués de tiges d'alumine dans l'air. La fréquence de fonctionnement est de $\nu = 9$ GHz.

Chapitre 4

Réflexion totale frustrée et décalage de Goos-Hänchen

Sommaire

Introduction	109
4.1 Introduction aux ondes évanescentes	110
4.2 Réflexion Totale Frustrée	113
4.3 Profondeur de pénétration	114
4.4 Intensité du champ transmis	116
4.5 Décalage de Goos-Hänchen	117
4.6 Applications utilisant la TIR et la FTIR	120
Conclusion	122

Introduction

Ayant considéré jusqu'à présent dans ce travail, des cristaux photoniques se comportant comme des milieux LHI, nous avons poursuivi dans ce sens en « revisitant » une expérience classique qui met en évidence l'existence des ondes évanescentes : celle du « double prisme à angle droit » [17]. Elle démontre que l'onde évanescente produite à l'interface du premier prisme par réflexion totale frustrée (*FTIR* : Frustrated Total Internal Reflection) peut se transmettre au second prisme et le traverser sous la forme d'une onde propagative. Cette transmission qui s'effectue à travers l'espace entre les prismes grâce à l'onde évanescente est parfois appelée « l'effet tunnel ». De plus, lors de la réflexion totale frustrée, l'onde réfléchie sur le dioptre considéré subit un décalage qui a été mis en évidence par Goos et Hänchen. Ce sont ces deux points — réflexion totale frustrée et effet Goos-Hänchen — que nous vérifions dans ce chapitre dans le cas de cristaux photoniques LHI, i.e. sans gradient.

Pratiquement les cristaux photoniques ne sont pas infinis, mais de taille finie. Lorsque le champ électromagnétique interagit avec eux, il interagit avec les interfaces du cristal photonique, et cela se traduit par l'existence d'ondes évanescentes [40, 186].

S'il s'agit de vérifier que l'expérience dite « des deux prismes » peut être validée avec deux prismes en cristal photonique, il s'agit aussi de démontrer le potentiel des cristaux photoniques

LHI à être intégrés dans des dispositifs dont le fonctionnement est basé sur la réflexion totale frustrée. Les procédés de fabrication en nano-technologies (« salle blanche ») permettent d'envisager des dispositifs de ce type dont les applications seraient variées.

La réflexion totale (*TIR* : Total Internal Reflection) est observée lorsqu'une onde plane est incidente sur un dioptré à une incidence supérieure à l'angle critique. Ce dernier dépend des indices des matériaux séparés par le dioptré. S'il n'existe pas alors d'onde réfractée, il existe néanmoins dans le second milieu une onde dite évanescente, i.e. qui ne se propage pas et dont l'amplitude est constante dans le temps. Cette amplitude décroît exponentiellement dans l'espace à partir du dioptré.

4.1 Introduction aux ondes évanescentes

Considérons deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_2 tels que $n_1 > n_2$ ainsi qu'un rayon se propageant dans le milieu 1 avec un angle d'incidence θ_1 par rapport à la normale à l'interface entre les deux milieux (figure 4.1). Ce rayon incident va être réfracté dans le milieu 2 selon

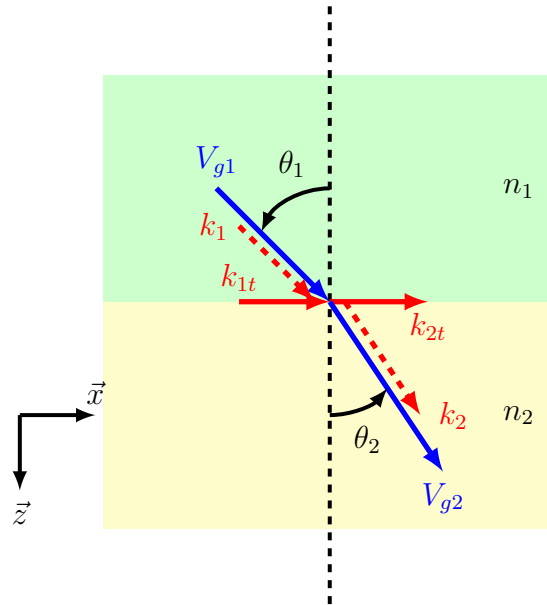


FIGURE 4.1 – Schémas de principe de la réfraction positive dans le cas où l'angle d'incidence de l'onde est inférieur à l'angle critique. Dans le cas contraire, il y a réflexion totale avec production d'une onde évanescente dans le milieu d'indice n_2 . Tiré de [51].

la loi de Snell-Descartes

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (4.1)$$

où θ_2 est l'angle pris entre la normale au point d'incidence et le rayon réfracté. Cette loi est vérifiée tant que $\theta_1 < \theta_c$ où θ_c est l'angle critique au-delà duquel il y a réflexion totale. Celle-ci se produit lorsque l'angle d'incidence θ_1 du rayon est supérieur à cet angle critique θ_c ,

$$\theta_1 > \theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right). \quad (4.2)$$

Nous cherchons à établir les conséquences sur l'expression du champ électrique dans le milieu 2, donné par

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cdot \exp(i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t)) \quad (4.3)$$

En décomposant le vecteur d'onde transmis \mathbf{k}_2 par projection sur les axes \vec{x} et \vec{z} , nous avons

$$\mathbf{k}_2 = k_2 \sin(\theta_2) \cdot \vec{x} + k_2 \cos(\theta_2) \cdot \vec{z} \quad (4.4)$$

Dans le cas de la réflexion totale, avec $n_1 > n_2$, l'équation 4.1 devient

$$\sin(\theta_2) > \frac{n_1}{n_2} \sin(\theta_1) \quad (4.5)$$

ce qui entraîne

$$\sin(\theta_2) > 1 \quad (4.6)$$

puisque $n_1 > n_2$; d'où

$$\cos^2(\theta_2) = 1 - \sin^2(\theta_2) < 0 \quad (4.7)$$

$\cos(\theta_2)$ est alors complexe et s'écrit

$$\cos(\theta_2) = \pm i \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2(\theta_1) - 1} \quad (4.8)$$

En remplaçant l'expression 4.8 dans l'équation 4.4, il vient

$$\mathbf{k}_2 = k_2 \frac{n_1}{n_2} \sin(\theta_1) \cdot \vec{x} \pm i k_2 \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2(\theta_1) - 1} \cdot \vec{z} \quad (4.9)$$

L'indétermination sur le signe du deuxième terme est levée si on exclut la possibilité physique d'un champ électrique qui divergerait pour $z \rightarrow \infty$. De ce fait, l'expression du champ électrique dans le milieu 2, est

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cdot \exp \left(-k_2 \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2(\theta_1) - 1} \cdot z \right) \cdot \exp \left(i \left(\omega t - k_2 \frac{n_1}{n_2} \sin(\theta_1) \cdot x \right) \right) \quad (4.10)$$

L'expression 4.10 met en évidence l'existence d'une onde évanescente d'amplitude

$$\mathbf{E}_0 \cdot \exp \left(-k_2 \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2(\theta_1) - 1} \cdot z \right)$$

qui est une onde localisée et périodique dans le temps, elle ne se propage pas dans l'espace, ne transmet aucune énergie et décroît exponentiellement comme le montre la figure 4.2. Dans la partie suivante nous montrons comment mettre en évidence cette onde.

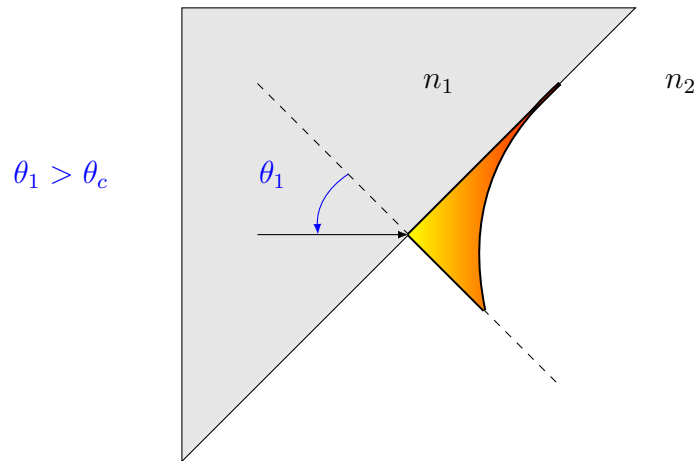


FIGURE 4.2 – À l'interface entre deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_2 avec $n_1 > n_2$, il y a réflexion totale si $\theta_1 > \theta_c = \arcsin(n_2/n_1)$. Dans ce cas, il existe une onde évanescente localisée dans le milieu 2 qui ne se propage pas dans l'espace et qui est périodique dans le temps.

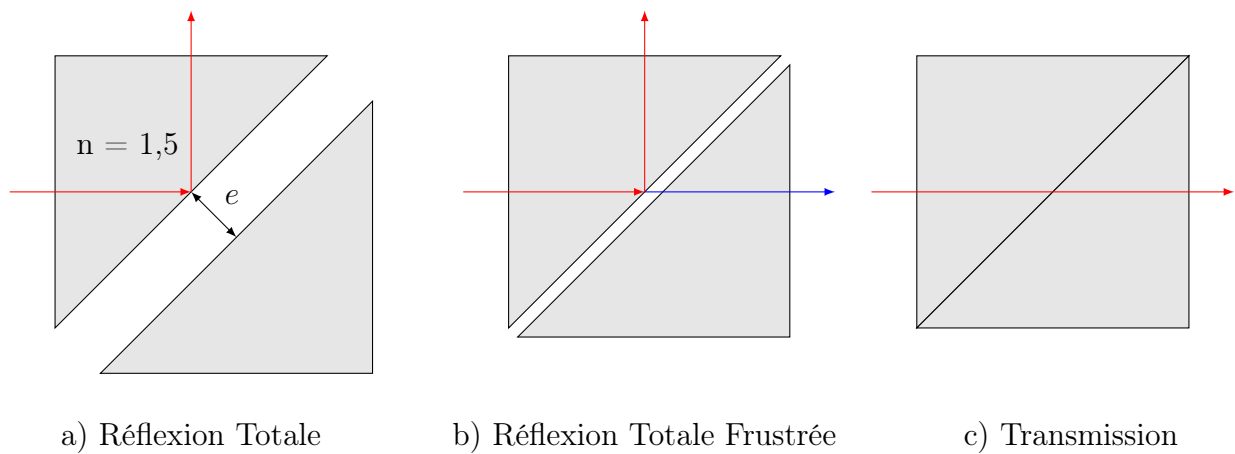


FIGURE 4.3 – Trois régimes de fonctionnement obtenus avec deux prismes à angle droit. a) Tant que la distance qui les sépare est suffisamment importante, l'onde incidente est totalement réfléchi. b) En rapprochant le prisme de droite, l'onde évanescente va être transmise au deuxième prisme sous la forme d'une onde propagative. On dit alors que la réflexion est « frustrée ». c) Si les deux prismes sont collés, il y a transmission.

4.2 Réflexion Totale Frustrée

Pour mettre en évidence cette onde évanescente, il existe une expérience simple qui consiste à prendre deux prismes à angle droit dans la disposition indiquée par la figure 4.3 et à se placer dans le cas de la réflexion totale. En les rapprochant suffisamment, l'onde évanescente va être transmise au deuxième prisme sous la forme d'une onde propagative. On dit alors que la réflexion est « frustrée ». Nous avons observé numériquement cette réflexion totale frustrée avec des prismes de paraffine dont l'indice de réfraction vaut $n_1 = 1,5$ dans l'air. Les prismes sont séparés de $e = 3$ cm. Pour qu'il y ait réflexion totale, l'onde incidente doit avoir un angle d'incidence θ_1 tel que

$$\theta_1 > \theta_c = 41,81^\circ, \quad (4.11)$$

ce qui est vérifié ici puisque $\theta_1 = 45^\circ$. Les résultats de simulation FDTD sont montrés figure 4.4(a). L'onde incidente dans le premier prisme est une onde plane sinusoïdale de profil

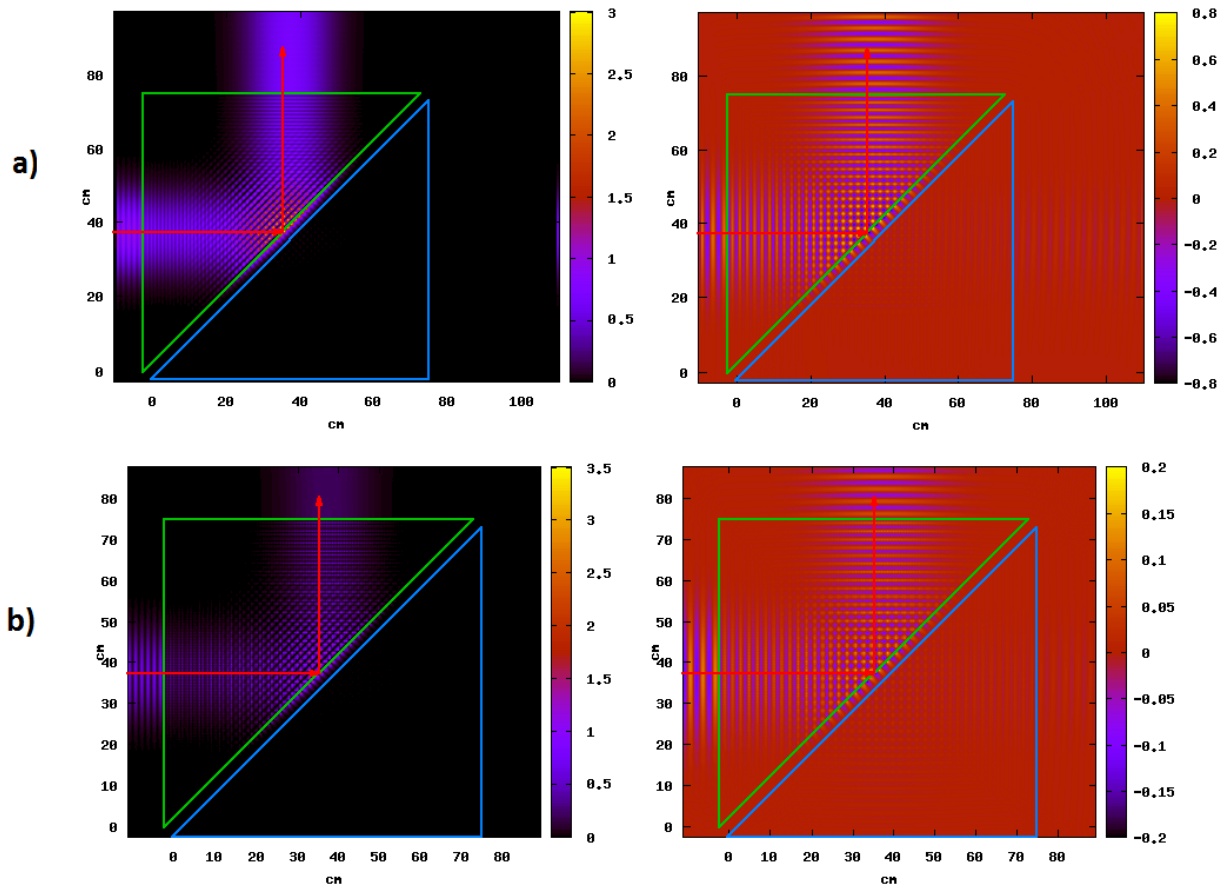


FIGURE 4.4 – Cartographie de la valeur moyenne du carré du champ électrique ($\overline{E_z^2}$) à gauche et valeur instantanée de E_z (à droite) d'une onde plane sinusoïdale incidente TM à $\nu = 10$ GHz sur un ensemble de deux prismes constitués par a) de la paraffine et b) des cristaux photoniques d'alumine. Ils sont séparés de $e = 3$ cm. Les flèches rouges indiquent la trajectoire déduite de l'optique géométrique. La transmission à travers le deuxième prisme est très faible.

gaussien de fréquence $\nu = 10$ GHz. Une partie de cette onde est réfléchi tandis qu'une

autre partie, très faible, est transmise par ondes évanescentes au deuxième prisme. Nous avons cherché à reproduire ces résultats avec des cristaux photoniques. Notre choix s'est porté sur des tiges d'alumine dans un réseau à maille carrée de pas $a = 7$ mm déjà utilisées dans le chapitre 3. En reprenant les courbes iso-fréquences qui ont été tracées, nous avons estimé que le diamètre des tiges devait être de $\Phi = 2,8$ mm pour obtenir un indice effectif n_{eff} proche de 1,5 à $\nu = 10$ GHz ($a/\lambda = 0,23$). Nous avons alors simulé la propagation d'une onde plane incidente à profil gaussien à travers un premier prisme constitué uniquement de tiges d'alumine et observé l'influence d'un deuxième prisme, lui aussi constitué uniquement de tiges d'alumine, séparé de $e = 3$ cm. Les résultats sont montrés sur la figure 4.4(b). Ils montrent une bonne concordance avec les résultats obtenus avec des prismes de paraffine.

Nous les avons alors utilisés pour mettre en évidence les trois régimes de fonctionnement, à savoir la réflexion totale, la réflexion totale frustrée ainsi que la transmission tels que indiqués par la figure 4.3. Les résultats de la figure 4.5 montrent ces différents régimes obtenus en simulation. Le domaine mesure $5000 \times 4500 \Delta x^2$ avec $\Delta x = 0,2$ mm. Le nombre de mailles par tige de $\Phi = 2,8$ mm vaut 14. Nous l'avons donc remarqué, la réflexion totale frustrée ne se produit que si les deux prismes sont suffisamment rapprochés. Cela est dû à la décroissance exponentielle de l'onde évanescente que l'on caractérise par sa profondeur de pénétration.

4.3 Profondeur de pénétration

Par convention, la « profondeur de pénétration » δ de l'onde évanescente dans le second milieu est définie comme la distance pour laquelle son amplitude

$$\mathbf{E}_0 \cdot \exp \left(-k_2 \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2(\theta_1) - 1} \cdot z \right)$$

pour $z = 0$ est divisée par e^1 [187], i.e.

$$\mathbf{E}_0 \cdot \exp \left(-k_2 \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2(\theta_1) - 1} \cdot \delta \right) = \frac{\mathbf{E}_0}{e^1}$$

soit

$$\frac{-2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2(\theta_1) - 1} \cdot \delta = -1.$$

La profondeur de pénétration a donc pour expression

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2(\theta_1) - 1}} \quad (4.12)$$

Elle est de l'ordre de la demi-longueur d'onde : en prenant nos valeurs numériques, $\theta_1 = 45^\circ$, $\lambda = 3$ cm, $n_1 = 1,5$ et $n_2 = 1$, nous avons

$$\delta(\theta_1 = 45^\circ) = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{2\pi \sqrt{1,5^2 \sin^2(45^\circ) - 1}} = 1,35 \text{ cm} = 0,45 \cdot \lambda. \quad (4.13)$$

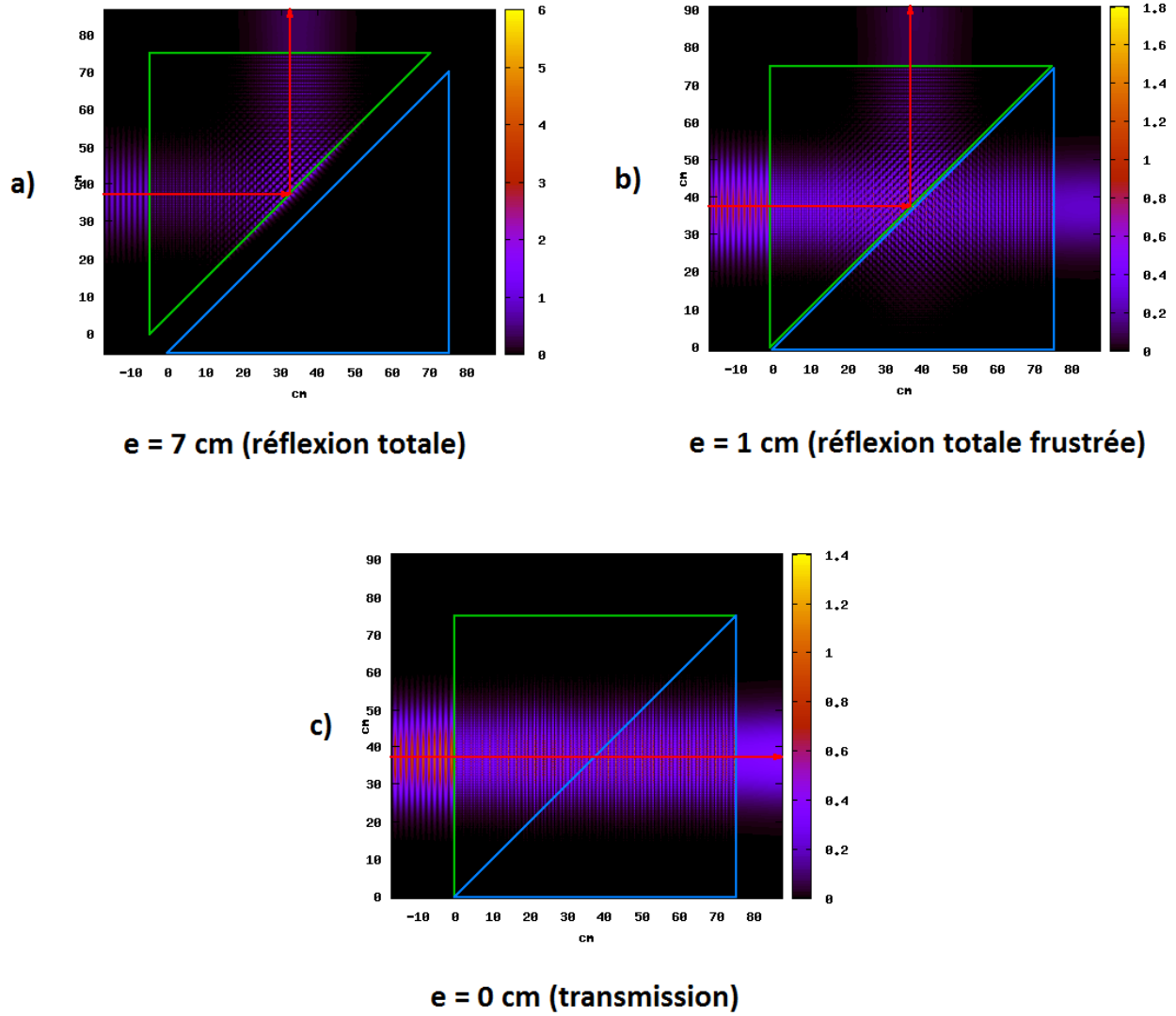


FIGURE 4.5 – Trois régimes de fonctionnement obtenus en simulation avec des prismes de cristaux photoniques constitués de tiges d'alumine lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 10$ GHz traverse le premier prisme et arrive avec un angle d'incidence de 45° . a) Lorsque l'écart entre les deux prismes vaut $e = 7$ cm, la totalité de cette onde est réfléchiée. b) En rapprochant les deux prismes ($e = 1$ cm) on observe le phénomène dit de « réflexion totale frustrée » : une partie de l'onde incidente est transmise au deuxième prisme par ondes évanescentes. c) Enfin, si les deux prismes sont collés ($e = 0$ cm), alors l'onde incidente est transmise.

On note par la suite $\delta(\theta_1 = 45^\circ) = \delta_{45}$. Nous avons tracé une coupe du champ E_z selon la normale à la face de sortie du premier prisme (il s'agit donc de l'onde évanescente) et cherché l'équation d'une courbe de la forme donnée par D. A. Papathanassoglou et R. Roy [188]

$$A \cdot \exp(-y/\delta_{45}) \quad (4.14)$$

se rapprochant le plus de la courbe relevée en réalisant un *fit*. Nous avons alors déterminé la valeur de $A = 1,078$. La figure 4.6 montre graphiquement la profondeur de pénétration. La valeur obtenue en simulation ($\delta_{45} \approx 1,15$ cm) est proche de la valeur théorique de 1,35 cm.

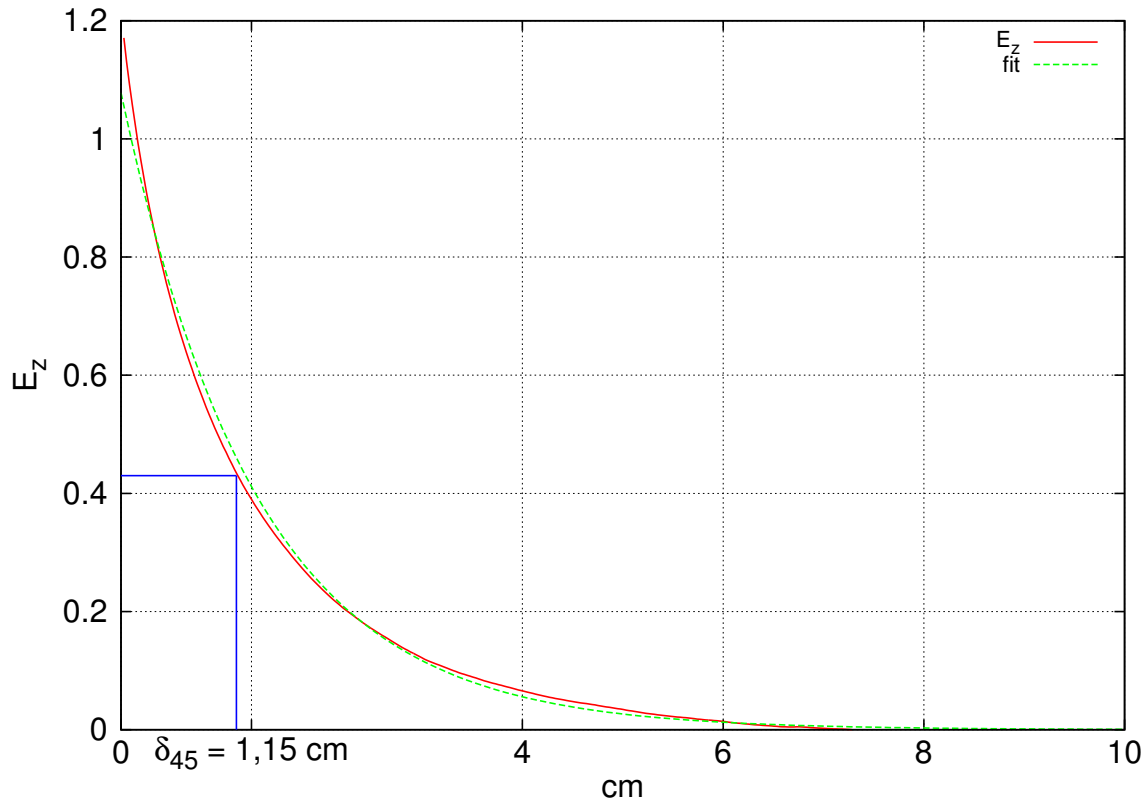


FIGURE 4.6 – Profondeur de pénétration de l’onde évanescente en sortie d’un prisme à cristaux photoniques d’alumine. Elle est obtenue en traçant une coupe du champ E_z suivant la normale à la face de sortie de ce prisme (courbe rouge). La courbe verte est la courbe théorique obtenue en réalisant un *fit* [188].

Cette profondeur de pénétration explique que l’intensité du champ transmis, comme on l’a vu dans la partie 4.2, va dépendre de l’écart e entre les deux prismes. Nous étudions comment évolue cette intensité dans la partie suivante.

4.4 Intensité du champ transmis

Nous avons tracé la variation de l’intensité du champ transmis en fonction de l’écart e , i.e. la portion du champ incident transmis du premier au deuxième prisme par ondes évanescentes puis sortant par la face de sortie du deuxième prisme. Nous avons relevé la valeur maximale du champ $\overline{E_z^2}$ incident ainsi que la valeur maximale du champ $\overline{E_z^2}$ transmis et fait le rapport de ces deux valeurs pour $0,5 \text{ cm} \leq e \leq 7 \text{ cm}$. Le résultat obtenu est donné sur la figure 4.7. D’après [189], les différents points relevés sont situés sur une courbe dont l’équation est de la forme

$$T = \frac{a}{b \cdot \text{sh}^2(c \cdot e) + 1} \quad (4.15)$$

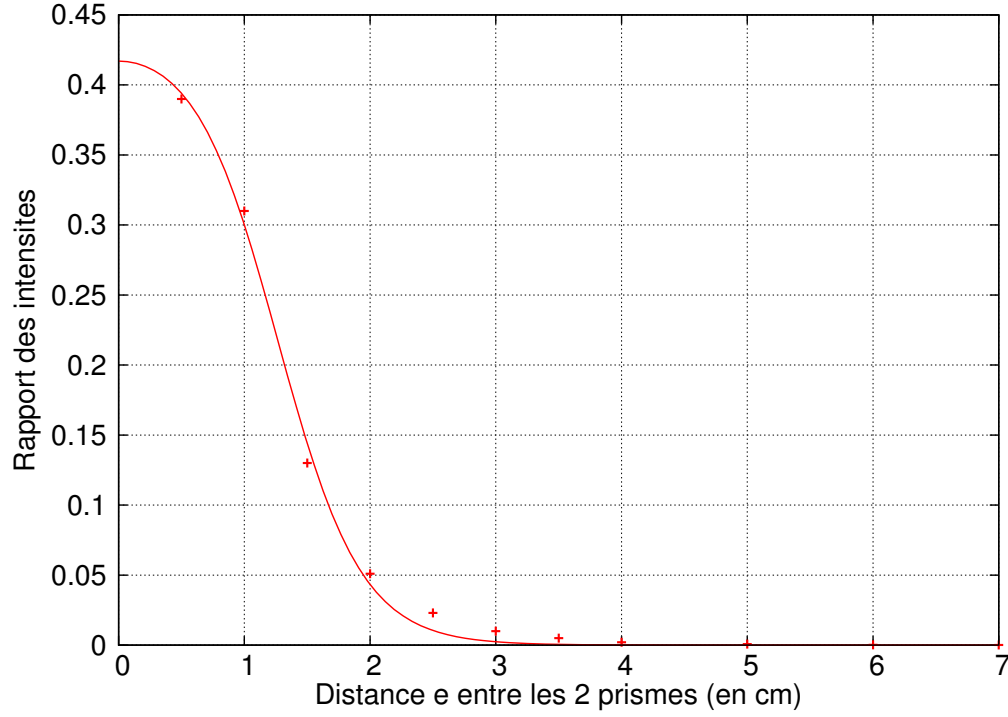


FIGURE 4.7 – Rapport des intensités entre la valeur maximale du champ $\overline{\mathbf{E}}_z^2$ transmis et la valeur maximale du champ $\overline{\mathbf{E}}_z^2$ incident en fonction de l'écart e entre les deux prismes à cristal photonique.

où a , b et c sont des constantes à déterminer. Nous avons réalisé un *fit* et obtenu les résultats suivants,

$$\begin{aligned} a &= 0,417 \\ b &= 0,086 \\ c &= 1,5. \end{aligned} \tag{4.16}$$

Nous obtenons ainsi la meilleure courbe passant par les points relevés. La forme de la courbe obtenue s'explique par la décroissance exponentielle de l'onde évanescente. Un autre phénomène se produit lors d'une réflexion totale ainsi que la réflexion totale frustrée : le décalage de Goos-Hänchen que nous étudions dans la partie suivante.

4.5 Décalage de Goos-Hänchen

Depuis Newton, l'onde évanescente a été étudiée en détail par Fresnel et la seule découverte importante la concernant a été faite en 1947 par Goos et Hänchen [190] qui ont mis en évidence un déplacement longitudinal du faisceau lors de la réflexion totale comme le montre la figure 4.8. Rémi H. Renard a interprété le déplacement de Goos-Hänchen comme étant dû à la largeur finie de l'onde plane incidente subissant la réflexion totale sur un dioptré et au principe de conservation de l'énergie à travers ce dioptré [191]. Il a également démontré que le décalage de Goos-Hänchen vaut, dans le cas d'une polarisation TM, ce qui a été confirmé

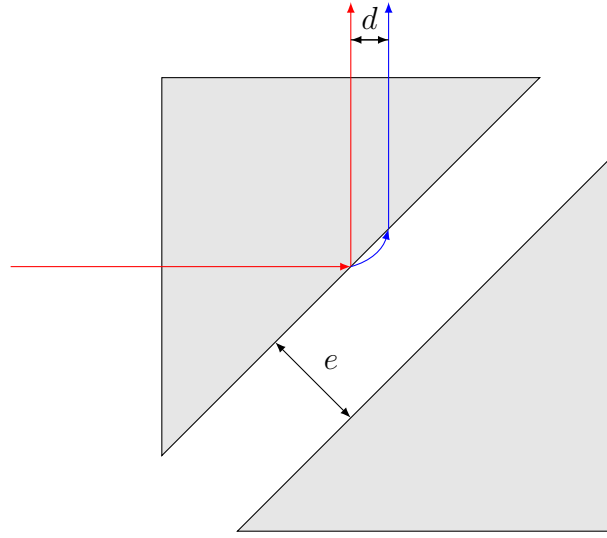


FIGURE 4.8 – Illustration du décalage de Goos-Hänchen : les flèches rouges indiquent le chemin que devrait suivre l'onde incidente après réflexion sur la face de sortie du prisme d'après l'optique géométrique ; la flèche bleue indique le chemin réellement suivi par cette onde en raison de l'effet Goos-Hänchen [190].

par A. Haibel *et al* [192],

$$d_{TM} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\mu \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos^2(\theta_1)}{\mu^2 \cdot \cos^2(\theta_1) + \sin^2(\theta_1) - n^2} \cdot \frac{\lambda_1}{\sqrt{\sin^2(\theta_1) - n^2}} \quad (4.17)$$

avec :

- $\mu = \mu_2/\mu_1$: rapport de la perméabilité du milieu 2 (l'air dans notre cas) sur celle du milieu 1 (paraffine ou cristal photonique)
- θ_1 : angle d'incidence ($\theta_1 = 45^\circ$)
- $n = n_2/n_1$: rapport de l'indice du milieu 2 (air) sur celui du milieu 1 (paraffine ou cristal photonique)
- $\lambda_1 = \lambda_{vide}/n_1$ avec $\lambda_{vide} = 3$ cm dans notre cas

Dans le cas d'une polarisation TE, ce même décalage s'exprime par la relation

$$d_{TE} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\epsilon \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos^2(\theta_1)}{\epsilon^2 \cdot \cos^2(\theta_1) + \sin^2(\theta_1) - n^2} \cdot \frac{\lambda_1}{\sqrt{\sin^2(\theta_1) - n^2}} \quad (4.18)$$

où $\epsilon = \epsilon_2/\epsilon_1$ est le rapport de la permittivité du milieu 2 sur celle du milieu 1. Avec nos valeurs numériques, nous obtenons

- $d_{TM} = 1,72$ cm
- $d_{TE} = 2,75$ cm

Nous ne réalisons que des simulations dans le cas d'une polarisation TM. Le décalage de Goos-Hänchen a également été montré avec un miroir de Bragg [193], en polarisation TE [194, 195] et confirmée par de nombreux résultats expérimentaux [196–200].

A. Haibel *et al.* [192] ont montré que la présence d'un deuxième prisme à proximité du premier avait une influence sur ce décalage, ce que nous mettons en évidence avec nos prismes constitués de tiges d'alumine. À partir de la figure 4.4 où les deux prismes sont séparés de $e = 3$ cm, nous avons tracé une coupe horizontale du champ $\overline{\mathbf{E}}_z^2$ parallèle à la face de sortie du premier prisme et mesuré le décalage d entre la trajectoire déduite de l'optique géométrique et celle qui résulte de l'effet Goos-Hänchen. Le résultat est visible sur la figure 4.9. Nous obtenons un

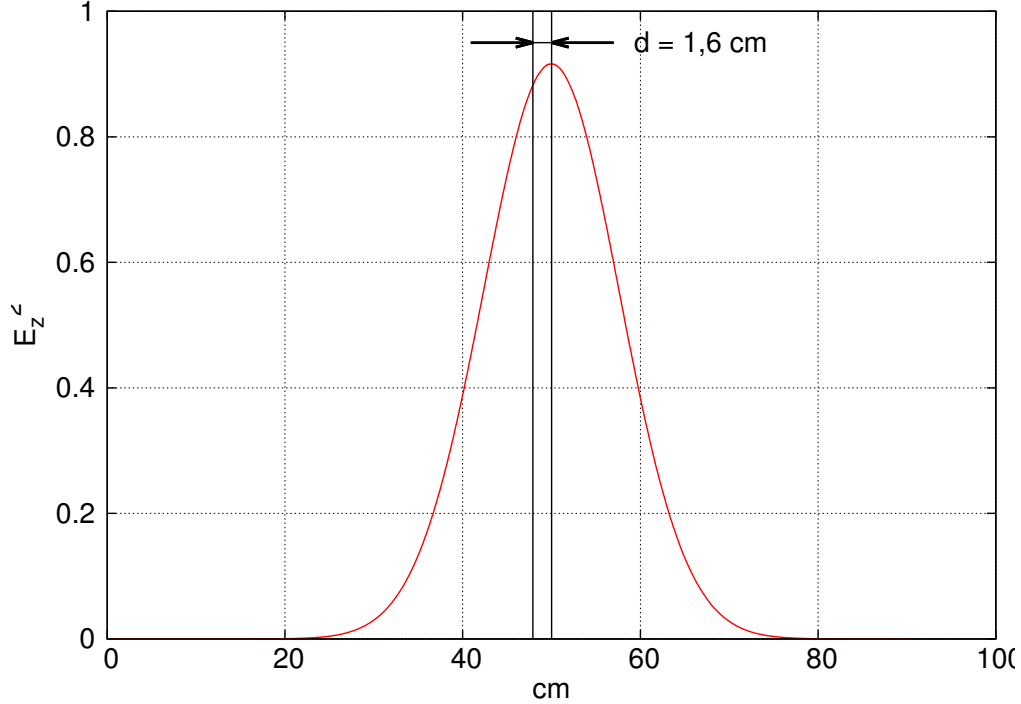


FIGURE 4.9 – Champ $\overline{\mathbf{E}}_z^2$ issu de la figure 4.4 suivant un plan de coupe horizontal en sortie du premier prisme constitué par des cristaux photoniques lorsque les deux prismes sont séparés de $e = 3$ cm. Le décalage de Goos-Hänchen (distance entre la ligne verticale noire et le maximum de $\overline{\mathbf{E}}_z^2$) est estimé à $d \approx 1,6$ cm.

décalage estimé à $d \approx 1,6$ cm. Nous avons répété cette opération tant que le deuxième prisme avait une influence, i.e., d'après nos mesures numériques, pour $e \leq 4$ cm et tracé l'évolution du décalage en fonction de l'écart e (cf. figure 4.10). Ces mesures montrent que pour $e \leq 4$ cm, une augmentation de e entraîne une augmentation du décalage de Goos-Hänchen. Au-delà, le deuxième prisme n'a plus d'influence et on se ramène alors au cas avec un seul prisme. La valeur asymptotique du décalage de Goos-Hänchen obtenue en simulation est $d = 2$ cm que ce soit avec des cristaux photoniques d'alumine ou de la paraffine. Notons tout de même que les valeurs de décalage obtenues sont légèrement différentes de la valeur théorique donnée par l'équation 4.17 : $d_{TM} = 1,72$ cm en raison du maillage et de la discrétisation.

L'ensemble de ces résultats montre que l'expérience dite « des doubles prismes » réalisée avec des matériaux homogènes (de la paraffine) est parfaitement reproductible avec des cristaux photoniques LHI. Ces résultats confirment que les interfaces de cristaux photoniques LHI de dimension finies sont bien le lieu d'ondes évanescentes. Ils confirment aussi que, lors de la réflexion totale frustrée, le faisceau réfléchi y est bien décalé par l'effet Goos-Hänchen [186, 193]. Les moyens actuels de nano-lithographie permettent de fabriquer de tels

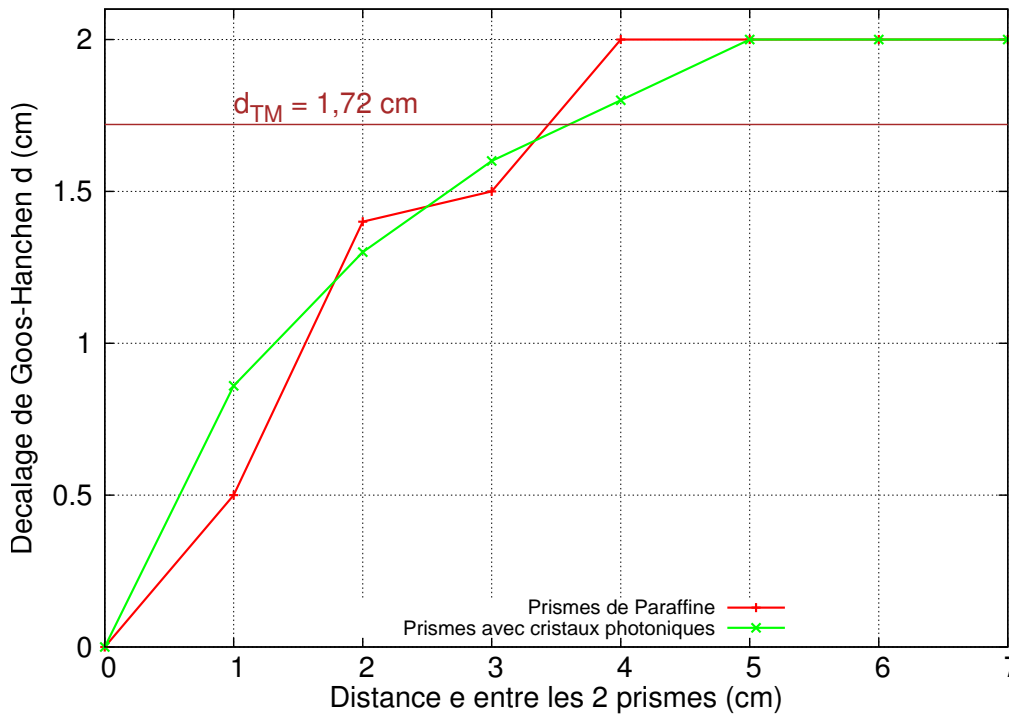


FIGURE 4.10 – Décalages de Goos-Hänchen d en fonction de l'écart e entre les deux prismes de paraffine (courbe rouge) et constitués par des cristaux photoniques en alumine (courbe verte). On note que les résultats obtenus sont à peu près concordants sauf pour la valeur asymptotique qui, d'après l'équation 4.17 vaut $d_{TM} = 1,72$ cm.

cristaux photoniques LHI et donc des dispositifs de photonique intégrée utilisant la réflexion totale frustrée dans le domaine optique. Des dispositifs basés sur la réflexion totale atténuée (ATR) pour la spectroscopie infrarouge ou des « laboratoires sur puce » peuvent ainsi être envisagés [201].

4.6 Applications utilisant la TIR et la FTIR

Le phénomène de réflexion totale est notamment utilisé dans les jumelles comme le montre la figure 4.12 à droite. Pour réaliser une telle fonction, un rayon incident sur l'hypoténuse d'un prisme se propage, après deux réflexions totales, par la même face que celle par laquelle elle est entrée. Pour la mettre en évidence, nous avons réutilisé le prisme à cristal photonique diélectrique à tiges d'alumine de diamètre $\Phi = 2,8$ mm. Le pas est toujours carré, il vaut $a = 10$ mm et la fréquence de l'onde plane à profil gaussien est de $\nu = 10$ GHz ($a/\lambda = 0,233$). La figure 4.11 montre le résultat de la propagation du faisceau incident ainsi que son parcours dans le prisme. En sortie, ce faisceau est inversé. À partir de là, en répétant cette opération avec l'onde qui est sortie après avoir subi deux réflexions totales dans un premier prisme, on réalise ce que l'on appelle un « redresseur à prisme » permettant de redresser une image inversée. Autre exemple utilisant ce principe : la lunette astronomique.

La réflexion totale frustrée, quant à elle, est notamment utilisée dans la conception de coupleurs [202], dans un grand nombre de systèmes utilisés en biologie [203–211]. S.G. Kazarian

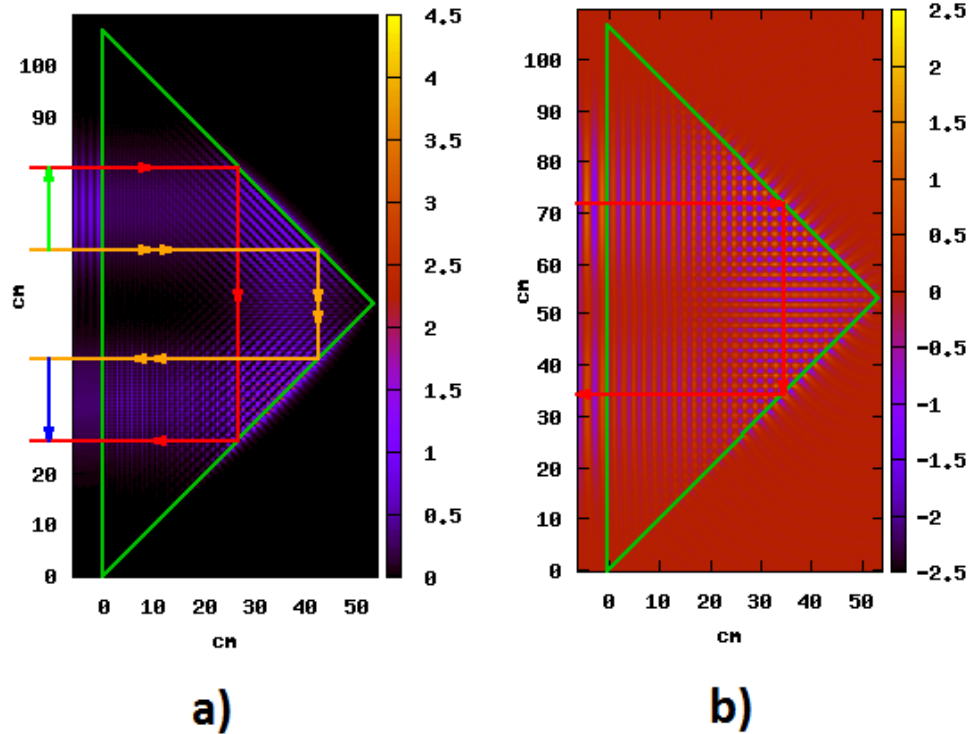


FIGURE 4.11 – Cartographies a) de la valeur moyenne du carré du champ électrique ($\langle \mathbf{E}_z^2 \rangle$) et b) de la valeur instantanée du champ électrique E_z d’une onde plane sinusoïdale incidente TM à $\nu = 10$ GHz sur l’hypoténuse d’un prisme constitué par des cristaux photoniques en alumine. Les flèches rouges indiquent la trajectoire théorique de l’onde incidente. On s’aperçoit que l’onde incidente ressort décalée par la face identique à celle par laquelle elle était entrée. Le faisceau est bien inversé et l’onde évanescente est bien visible sur la figure b).

et al. montrent les avantages d’utiliser la réflexion totale frustrée dans la spectroscopie infrarouge à transformée de fourier, notamment la possibilité de mesurer des échantillons qui absorbent les rayons infrarouges (systèmes aqueux) et avoir une meilleure résolution spatiale. La réflexion totale frustrée est également utilisée pour mettre en évidence les empreintes digitales comme le montre la figure 4.12 à gauche. Pour mettre en évidence ses empreintes digitales, il suffit de prendre un prisme à section isocèle rectangle en plexiglas dont l’indice est très proche de celui du verre. En plaquant un doigt comme indiqué par la figure 4.12 à gauche, on aperçoit plus ou moins nettement nos empreintes selon la distance entre le doigt et le plan sur lequel ne se fait plus tout à fait la réflexion totale. Aux endroits où est appliqué le doigt, dont l’indice de réfraction est proche de celui de l’eau, la réflexion totale est frustrée. De la lumière traverse le dioptré et éclaire les parties saillantes de la peau qui la rediffuse (avec sa couleur) dans toutes les directions y compris vers l’œil. Une partie de cette lumière retransverse ainsi le dioptré vers le bas et les empreintes sont donc « vues » alors que dans les « creux » de la peau la couche d’air a une épaisseur suffisante pour que se constitue plus ou moins une onde évanescente et que la réflexion reste quasi-totale (elle est très peu « frustrée »).

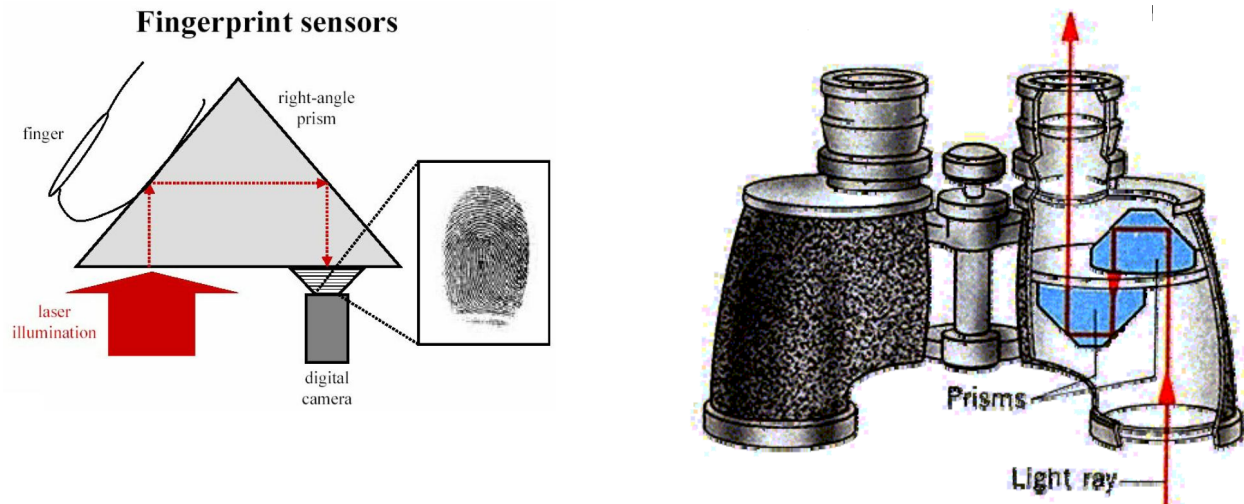


FIGURE 4.12 – À gauche : Application utilisant le phénomène dit de « réflexion totale frustrée » : mise en évidence d’empreintes digitales. À droite : application utilisant le phénomène de réflexion totale : les jumelles.

Conclusion

Ce travail a permis de mettre en évidence qu’il était tout à fait possible de reproduire les résultats bien connus à partir de prismes constitués par des matériaux homogènes (la paraffine a été utilisée comme exemple) avec des cristaux photoniques LHI constitués par des tiges d’alumine dont l’indice effectif, à la fréquence considérée et avec le rayon choisi, est proche de celui de la paraffine. Nous avons ainsi mis en évidence la présence d’une onde évanescente dans le cas de la réflexion totale par le biais de l’expérience classique dite du « double prisme ». Nous avons montré dans quelles circonstances une partie de cette onde évanescente pouvait être transmise au second prisme et prendre la forme d’une onde propagative. Nous avons également mis en évidence avec des prismes à cristal photonique LHI le décalage de Goos-Hänchen, décalage subi par l’onde qui est réfléchi sur le dioptré.

Conclusion générale

Au cours de ces trois années de thèse, nous avons cherché à exploiter les propriétés dispersives des cristaux photoniques à *gradient*. Nous avons ainsi conçu et caractérisé par des simulations numériques de nombreux dispositifs pour les domaines allant des micro-ondes à l'optique, en vue de leurs applications. Pour cela nous avons utilisé des cristaux photoniques dont les propriétés les rendent analogues à des milieux linéaires homogènes isotropes. À ces derniers nous avons appliqué un gradient, à 1D ou à 2D, de façon à concevoir différents types de lentilles. Comme les cristaux photoniques sont réalisables par un grand nombre de procédés, notamment la nano-lithographie, les dispositifs que nous avons conçus s'appliquent bien aux domaines de fréquences considérés. Dans tous les dispositifs que nous avons étudiés, le gradient appliqué est un gradient de facteur de remplissage, i.e. que la dimension de maille du cristal est constante, et que son motif est modifié graduellement. Il est donc possible de considérer qu'à l'échelle de la maille le dispositif est localement isotrope et homogène.

Nous avons notamment conçu et fabriqué une lentille à gradient d'indice pour la bande X des micro-ondes, afin d'être caractérisée expérimentalement. Cette lentille constitue en soi un démonstrateur validant d'une manière générale la démarche de conception mise en œuvre dans ce travail, mais elle peut s'appliquer particulièrement dans le domaine des micro-ondes. En comparant nos résultats obtenus en simulation et expérimentalement, nous avons trouvé une bonne concordance. Nous avons montré que cette lentille focalise une onde plane incidente et collimate l'onde émise par une source ponctuelle située à son foyer objet. Sa résolution et sa gamme de fonctionnement en font un instrument utilisable. À ce jour, seulement une lentille à cristal photonique à gradient *de maille* avait été reportée expérimentalement dans la littérature. Nous avons aussi conçu une lentille à gradient d'indice négatif que nous avons caractérisée en simulation, pour ses capacités de focalisation et de collimation. Sa résolution n'a cependant pas atteint celle attendue. Ces résultats montrent qu'il n'est pas évident de trouver un cristal photonique présentant dans une gamme de fréquence suffisante un comportement LHI.

Pour obtenir l'ensemble des résultats numériques reportés dans ce manuscrit, nous avons développé des « outils numériques » utilisant la méthode FDTD (*Finite Difference Time Domain*) et ses différentes variantes. Nous avons donc écrit de nombreux codes en Fortran 90/95 pour simuler un dispositif périodique et infini suivant deux directions de l'espace, ce qui a permis de calculer les structures de bandes de cristaux photoniques ; puis pour simuler, au moyen de conditions aux limites absorbantes, un dispositif fini, ce qui a permis de simuler les différentes lentilles ; puis pour décrire les très petits motifs de certains cristaux photoniques à gradient, nous avons développé un code utilisant plusieurs sous-maillages locaux imbriqués. L'exécution de ces codes a nécessité des temps de calcul relativement longs et une quantité

importante de mémoire informatique. Ce point pourrait être amélioré en « parallélisant » ces codes.

Nous avons également conçu et simulé d'autres lentilles, cette fois à gradient 2D : lentilles de Luneburg, de Maxwell Fisheye et lentilles SELFOC[®]. Les deux premières sont très souvent utilisées dans le domaine des micro-ondes, par ex. pour constituer des antennes. Les dernières sont le plus couramment utilisées dans le domaine optique, par ex. pour des applications de couplage dans les fibres optiques. Nous avons confirmé les capacités des cristaux photoniques à gradient à réaliser l'ensemble de ces dispositifs à gradient d'indice. Ces lentilles nécessitent des matériaux dont l'indice varie de façon continue, ce que permettent d'approcher les cristaux photoniques à gradient.

Des ondes évanescentes prennent naissance aux interfaces des dispositifs à cristaux photoniques. Nous l'avons confirmé dans le cas des cristaux photoniques LHI en « revisitant » l'expérience classique des deux prismes à angle droit dont les hypoténuses se font face. Nous avons démontré numériquement que lorsque les deux prismes sont constitués de cristaux photoniques LHI, une onde incidente subissant la réflexion totale sur l'interface interne du premier prisme se transmet alors *via* effet tunnel au second qu'elle traverse sous la forme d'une onde propagative. De plus, l'onde réfléchie dans le premier prisme est bien décalée en raison de l'effet Goos-Hänchen, comme dans le cas de prismes « classiques ». Il semble donc possible de fabriquer au moyen des procédés de « salle blanches » des dispositifs en cristal photonique utilisant la réflexion totale frustrée pour des applications variées, telles que la spectroscopie, le pompage optique, les dispositifs « lab-on-a-chip ».

Ce travail a visé à démontrer le potentiel des cristaux photoniques à *gradient*, qui pouvant être fabriqués par des procédés variés, peuvent s'appliquer des micro-ondes au domaine optique.

Appendices

Annexe A

Caractérisation des émetteurs utilisés

Nous avons regroupé dans cette annexe les résultats issus de la caractérisation de l'antenne cornet ainsi que de l'antenne quart d'onde utilisées dans le chapitre 3 :

1. La figure A.1 montre le résultat de la caractérisation de l'antenne cornet placée à 1,3 mètre de l'antenne réceptrice. Cette antenne cornet est polarisée verticalement et émet des ondes planes dans le vide à la fréquence de $\nu = 9,6$ GHz.
2. La figure A.2 est une cartographie de l'émission de l'antenne quart d'onde dans le vide à $\nu = 9,6$ GHz. Elle montre que cette antenne monopole génère bien des ondes cylindriques sur des distances supérieures à la distance focale de $f = 15$ cm.

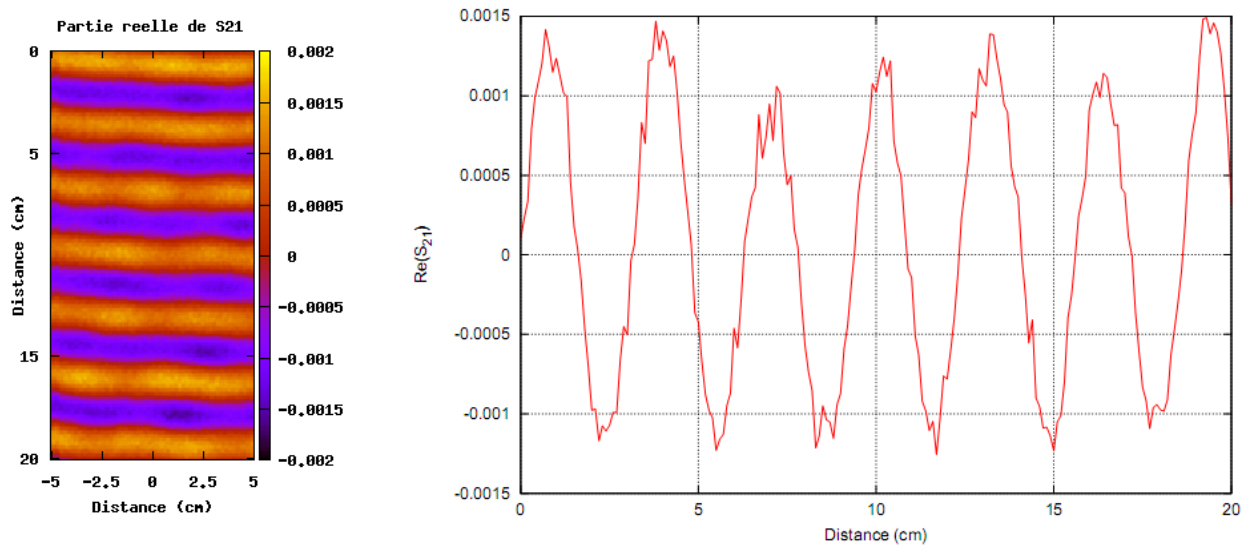


FIGURE A.1 – [Expérimentation] À gauche : Relevé de $\Re(S_{21})$ lorsque l'antenne cornet est polarisée verticalement (champ électrique parallèle aux pistes) et que la lentille est absente. L'onde se propage de haut en bas. À droite : Coupe réalisée au centre de la cartographie de la figure de gauche montrant la forme des ondes obtenues et permettant de vérifier que la longueur d'onde est conforme à celle attendue ($\lambda \approx 3,1$ cm). La fréquence de fonctionnement est $\nu = 9,6$ GHz.

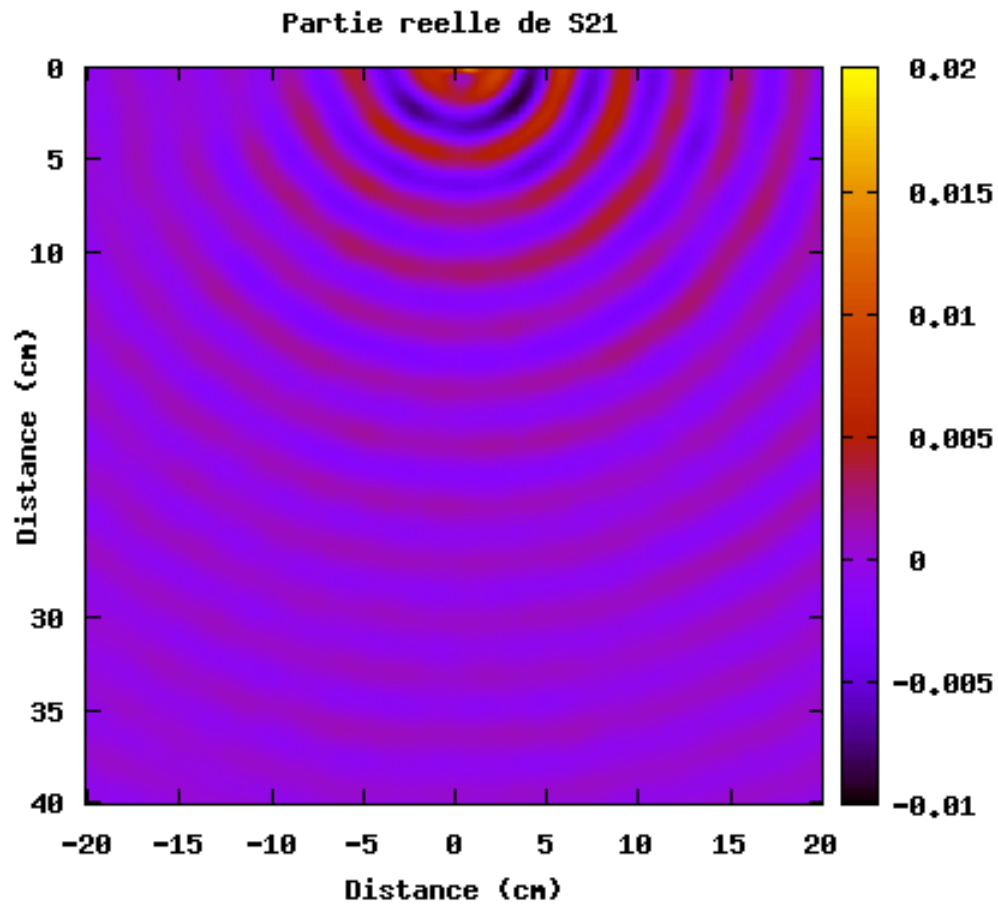


FIGURE A.2 – [Expérimentation] Cartographie de l'émission de l'antenne $\lambda/4$ dans le vide à $\nu = 9,6$ GHz.

Annexe B

Rayons des trous constitutifs de lentille à gradient d'indice négatif

Les rayons r_t des trous constitutifs de la lentille à gradient d'indice négatif sont donnés par le tableau B.1. Ces valeurs ont été calculées à partir de l'équation 3.11 et du profil d'indice théorique. Elles sont issues de la résolution de l'équation

$$\begin{aligned} n_{eff}(r_t/a) &= -35,2565 \cdot \left(\frac{r_t}{a}\right)^3 + 13,64818 \cdot \left(\frac{r_t}{a}\right)^2 - 2,1948 \cdot \frac{r_t}{a} - 0,97 \\ &= n_0 - \frac{1}{d} \left(\sqrt{r^2 + f^2} - f \right) \end{aligned}$$

où n_{eff} est l'indice effectif, $a = 10$ mm le pas du réseau triangulaire, n_0 l'indice de réfraction le long de l'axe de la lentille, $n(r)$ l'indice de réfraction à la distance r de son axe, d son épaisseur et f sa distance focale. Le profil d'indice théorique a été obtenu avec les caractéristiques suivantes :

$$\begin{aligned} n_0 &= -1,058, \\ d &= 8,66 \text{ cm}, \\ f &= 20 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Distance r par rapport à l'axe de la lentille (mm)	n_{eff}	Rayons r_t des trous (mm)
0	-1,058	0,50
5	-1,059	0,58
10	-1,061	0,61
15	-1,064	0,65
20	-1,069	0,71
25	-1,076	0,79
30	-1,084	0,91
35	-1,093	1,09
40	-1,103	1,33
45	-1,115	1,59
50	-1,129	1,81
55	-1,143	1,98
60	-1,159	2,13
65	-1,177	2,27
70	-1,195	2,38
75	-1,215	2,49
80	-1,236	2,59
85	-1,258	2,68
90	-1,281	2,77
95	-1,305	2,86
100	-1,330	2,94
105	-1,357	3,01
110	-1,384	3,09
115	-1,412	3,16
120	-1,441	3,23
125	-1,472	3,29
130	-1,503	3,36
135	-1,535	3,42
140	-1,567	3,48
145	-1,601	3,54
150	-1,635	3,60
155	-1,670	3,65
160	-1,706	3,71
165	-1,742	3,76
170	-1,779	3,81
175	-1,817	3,87
180	-1,855	3,92
185	-1,894	3,97
190	-1,934	4,02

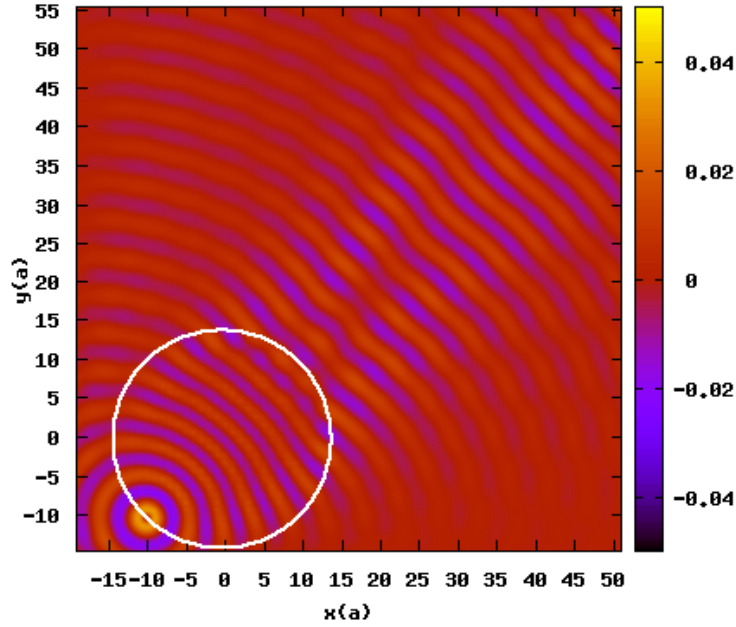
Tableau B.1 – Rayons r_t des trous en fonction de la distance r par rapport à l'axe de la lentille à gradient d'indice négatif afin d'obtenir une focalisation à 20 cm.

Annexe C

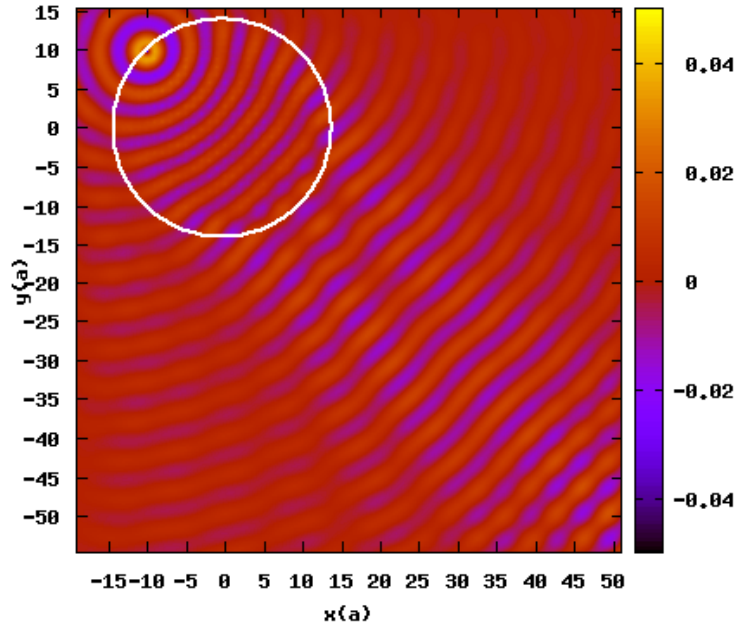
Simulations complémentaires

Dans cette annexe, nous regroupons l'ensemble des figures qui n'ont pas été insérées dans le chapitre 3 afin de ne pas l'alourdir davantage.

1. La figure C.1 montre la propagation d'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz à deux endroits différents situés sur la périphérie de la lentille de Luneburg constituée de tiges d'alumine. Les fronts d'onde transmis sont plans.
2. La figure C.2 montre la propagation d'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz à trois endroits différents situés sur la périphérie de la lentille de Maxwell Fisheye constituée de tiges d'alumine. Dans tous les cas, l'onde cylindrique est focalisée au point symétrique par rapport au centre de la lentille.
3. La figure C.3 montre les fonctions réalisées avec des lentilles à gradient d'indice SELFOC[®] qui n'ont pas été étudiées dans le chapitre 3. Ces lentilles sont réalisées avec des cristaux photoniques constitués de tiges d'alumine dans de l'air. La fréquence de fonctionnement est de $\nu = 9$ GHz.

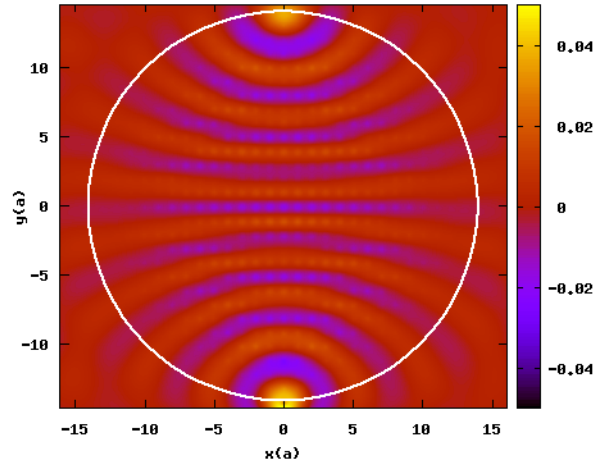


a)

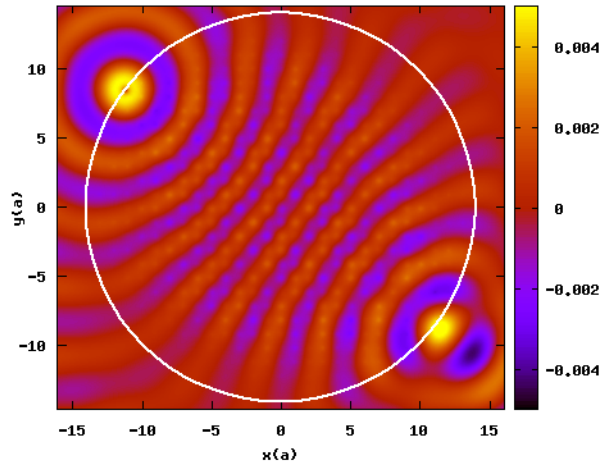


b)

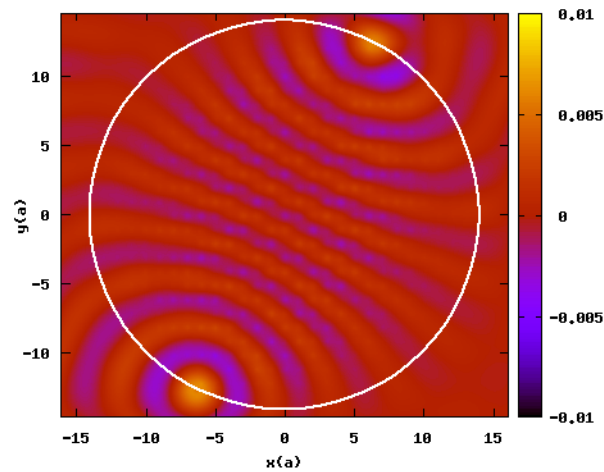
FIGURE C.1 – [Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z (champ électrique parallèle aux tiges d'alumine) lorsqu'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz située sur la périphérie de la lentille de Luneburg constituée de tiges d'alumine se propage. Les fronts d'onde de l'onde transmise sont plans.



a)

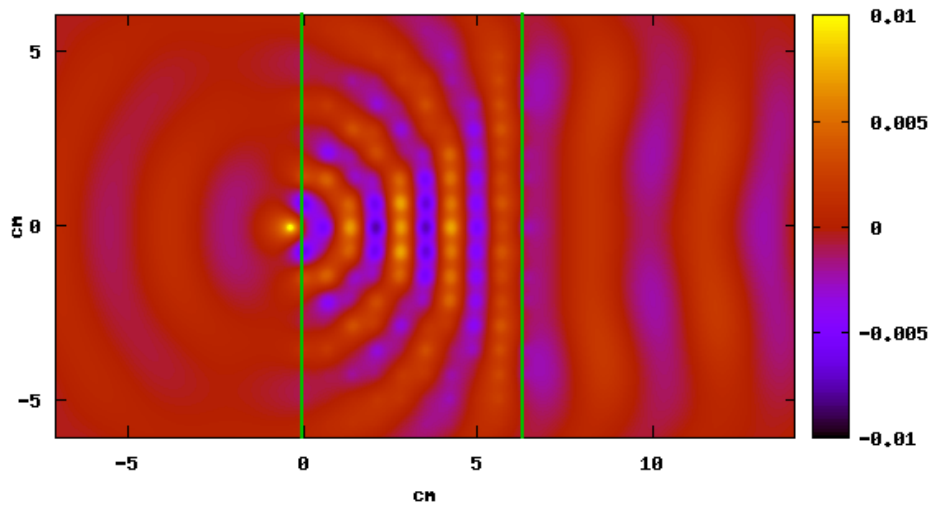


b)

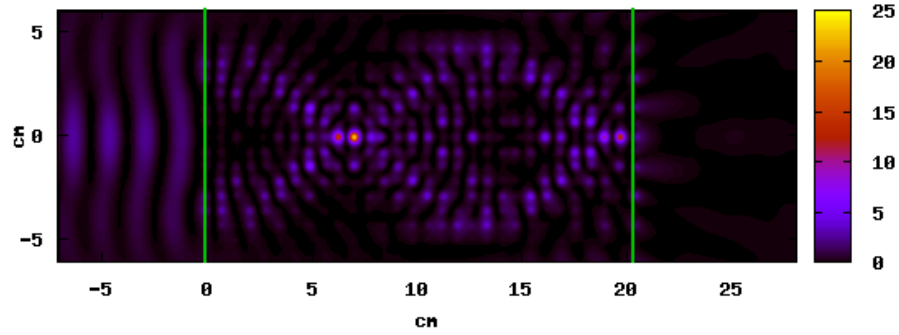


c)

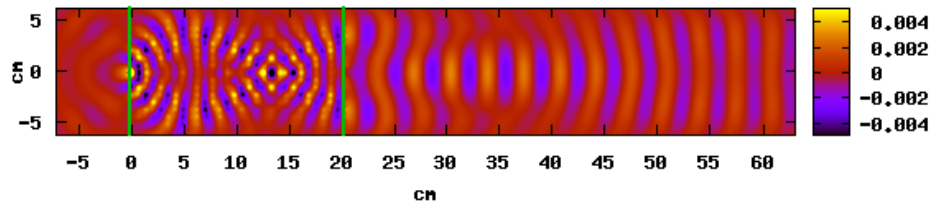
FIGURE C.2 – [Simulations] FDTD de la lentille de Maxwell Fisheye conçue avec des tiges d'alumine dans l'air. Afin de s'assurer de la justesse de nos calculs, nous avons déplacé l'onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz en trois points différents et relevé une cartographie du champ électrique E_z instantané. Dans tous les cas, l'onde cylindrique est focalisée au point symétrique par rapport au centre de la lentille.



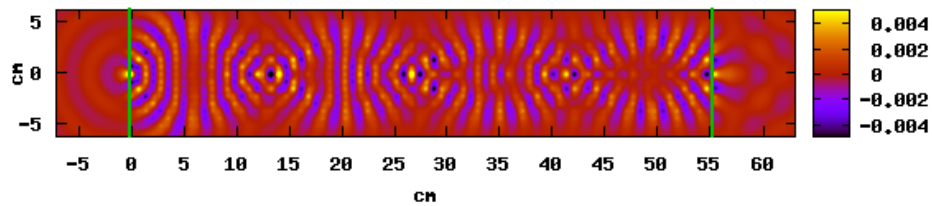
$$L_x = 0,25P$$



$$L_x = 0,75P$$



$$L_x = 0,75P$$



$$L_x = 2P$$

FIGURE C.3 – [Simulation] Exemples de fonctions réalisables avec des lentilles à gradient d'indice SELFOC[®]. Ces lentilles sont réalisées avec des cristaux photoniques constitués de tiges d'alumine dans l'air. La fréquence de fonctionnement est de $\nu = 9$ GHz.

Table des figures

1.1	Schéma d'un miroir de Bragg constitué d'un empilement de couches d'épaisseurs a_1 et a_2 de permittivités ϵ_1 et ϵ_2 ($\epsilon_1 > \epsilon_2$) différentes.	7
1.2	Mise en évidence du phénomène d'interférences multiples au sein d'un miroir de Bragg. Une onde incidente se propage au sein d'un premier milieu et à l'interface (1) entre les deux milieux, une partie de cette onde est réfléchie tandis qu'une autre partie est transmise au second milieu. Ce phénomène se répète à toutes les interfaces.	8
1.3	Exemple de cristal photonique tridimensionnel composé de sphères diélectriques dont la géométrie suit celle de la structure du diamant. Cette structure diamant est également appelée structure « CFC (Cubique à Face Centrée) » [25].	9
1.4	Deux exemples célèbres de cristaux photoniques tridimensionnels. a) Schéma de la Yablonovite, structure 3D pour les micro-ondes fabriquée en 1993 par E. Yablonovitch en perçant des trous dans du plexiglas selon trois angles azimutaux séparés de 120° et faisant un angle de 35° par rapport à la normale [28]. b) Structure « Tas de bois » obtenue en déposant par couches successives des rubans de silicium polycristallin dans des tranchées de silice. Après avoir bâti la structure, la silice est retirée pour obtenir un cristal photonique 3D Si/air [29].	10
1.5	Exemple de cristal photonique unidimensionnel (à gauche) et zone de Brillouin correspondante (à droite). L'intervalle $[-\frac{\pi}{a}; +\frac{\pi}{a}]$ est la première zone de Brillouin et $[0; +\frac{\pi}{a}]$ la zone de Brillouin irréductible.	12
1.6	Cristaux photoniques bidimensionnels à symétries (1) carrée, (2) rectangulaire et (3) triangulaire avec leurs zones de Brillouin irréductibles correspondantes (en trait vert).	13
1.7	Structure de bandes d'un cristal photonique 2D à maille carrée où sont représentées graphiquement les vitesses de phase v_ϕ et de groupe v_g pour une onde plane se propageant dans la direction $\Gamma - X$. En un point de la courbe de dispersion, la vitesse de phase s'obtient à partir du rapport ω/k et la vitesse de groupe à partir de la tangente à la courbe.	14

1.8	Différentes situations de réfraction rencontrées dans les cristaux photoniques. À gauche : la super-collimation ; au centre : l'effet super-prisme ; à droite : la réfraction négative. Pour chaque situation, les espaces réel et réciproque (espace des k) sont représentés. Les composantes du vecteur d'onde de l'onde incidente sont représentées en bleu. Le milieu de propagation est supposé isotrope, d'où la présence de courbes iso-fréquences circulaires. Les lignes grises sont les lignes de construction obtenues en respectant le principe de conservation de la composante tangentielle du vecteur d'onde à l'interface entre les milieux. Enfin, la direction de propagation de la vitesse de groupe dans le cristal photonique est représentée par les flèches noires (dans les espaces réel et réciproque). Elles sont normales aux courbes iso-fréquences [37].	18
1.9	Schémas des réfractions positive (à gauche) et négative (à droite). Dans les deux cas, le principe de conservation des composantes tangentielles des vecteurs d'ondes à l'interface entre les deux milieux est respectée. La réfraction négative se produit quand la direction de la vitesse de groupe est opposée à celle du vecteur d'onde transmis. Tiré de [51].	20
1.10	Schémas montrant le principe de conservation de la composante tangentielle à l'interface entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 différents, tels que $ n_2 > n_1 $ et isotropes : les courbes iso-fréquences sont circulaires pour les deux milieux. À gauche : cas conventionnel. À droite : cas de la réfraction négative. Tiré de [51].	21
1.11	Schéma illustrant le principe d'une super-lentille . Le champ lointain (A) ainsi que le champ évanescents (B) issus de l'objet sont focalisés au même point image donnant ainsi, dans le principe, une image de résolution idéale [64]. . .	23
1.12	(a) Structures de bandes et (b) courbes iso-fréquences dans la deuxième bande permise en polarisation transverse électrique pour un cristal photonique constitué de trous d'air (facteur de remplissage de 38%) dans un matériau d'indice effectif $n_{eff} = 3,26$. En rouge est indiqué la fréquence de fonctionnement de la « super-lentille » de N. Fabre <i>et al.</i> [101].	24
1.13	Résultats de simulations de la « super-lentille » conçue par l'équipe de N. Fabre <i>et al.</i> [101].	25
1.14	Un exemple d'opale naturelle, minéral dans lequel on retrouve certaines propriétés des cristaux photoniques.	26
1.15	Les papillons sont parmi les insectes les plus colorés. Leurs ailes présentent des caractéristiques assimilables à celles des cristaux photoniques comme le montre la figure de droite. Elle présente l'agrandissement d'une aile de papillon. On y aperçoit un arrangement périodique des écailles [107].	27
1.16	Agrandissement d'une plume de paon au microscope montrant la structure des barbules. Chaque barbule est divisée en une série de cuvettes (flèche rouge). Ces cuvettes sont tapissées d'une multitude de micro lamelles régulièrement espacées (figure de droite) [108].	28
1.17	Souris de mer « Aphrodita » (en haut à gauche). Ce ver marin possède des épines (en bas à gauche) qui constituent des cristaux photoniques (cylindres creux) comme le montre la photographie de droite.	29

2.1	Représentation d'une cellule élémentaire en trois dimensions. Les composantes du champ E se trouvent au milieu des arêtes et celles du champ H sont au centre des faces. Dans un système 2D (plan xy), on distingue deux polarisations : la polarisation <i>Transverse Magnétique</i> , TM (plan de coupe bleu comprenant les composantes de champ E_z , H_x et H_y) et la polarisation <i>Transverse Électrique</i> , TE (plan de coupe rouge comprenant les composantes de champ H_z , E_x et E_y) [111].	37
2.2	Application des conditions périodiques aux limites (<i>PBC : Periodic Boundary Conditions</i>) issues du théorème de Bloch à un cristal photonique constitué de tiges (diélectriques ou métalliques) au sein d'une maille rectangulaire de côtés L_x et L_y . Le théorème de Bloch permet de simuler une structure de dimension infinie dans deux directions de l'espace (suivant \vec{x} et \vec{y}). a_1 et a_2 représentent les vecteurs de base du réseau direct.	41
2.3	Description numérique d'une maille élémentaire d'une structure arrangée périodiquement en mailles triangulaires. n_x représente le nombre de cellules suivant l'axe \vec{x} et $n_y = \frac{\sqrt{3}}{2}n_x$ représente le nombre de cellules suivant l'axe \vec{y} [114].	42
2.4	Exemple de spectre montrant les modes de Bloch obtenus pour un couple $(k_x; k_y)$ donné. Le cristal photonique pris pour cet exemple est constitué de tiges de cuivre dans l'air. Ce spectre montre les quatre premières résonances aux fréquences $\omega_1 = 0,4$, $\omega_2 = 0,72$, $\omega_3 = 1,06$ et $\omega_4 = 1,10$	43
2.5	Exemple de diagramme de bandes obtenu lorsque l'ensemble des modes de Bloch ont été réportés pour chaque couple $(k_x; k_y)$ de la première zone de Brillouin. Le cristal photonique pris pour cet exemple est constitué de tiges de cuivre dans l'air. Ce diagramme de bandes montre que dans la relation de dispersion, pour un vecteur d'onde fixé, il y a plusieurs solutions : les quatre premières résonances aux fréquences $\omega_1 = 0,4$, $\omega_2 = 0,72$, $\omega_3 = 1,06$ et $\omega_4 = 1,10$ pour le couple $(k_x; k_y)$ étudié sont indiquées.	44
2.6	Exemple de surface iso-fréquence obtenu lorsque l'ensemble des modes de Bloch ont été reportés pour chaque couple $(k_x; k_y)$ de la zone de Brillouin non réduite. Le cristal photonique pris pour cet exemple est constitué de tiges de cuivre dans l'air. Cette surface iso-fréquence montre la première résonance à la fréquence $\omega_1 = 0,4$ ainsi que sa projection dans le plan $(k_x; k_y)$. Dans ce cas particulier, il s'agit d'un cercle.	45
2.7	Description de la grille FDTD incluant des zones PML telle qu'elle a été proposée par Berenger. σ_{x1} , σ_{x2} , σ_{y1} et σ_{y2} symbolisent des conductivités et σ_{x1}^* , σ_{x2}^* , σ_{y1}^* et σ_{y2}^* symbolisent des pertes magnétiques [119].	48
2.8	Représentation graphique de la séparation d'un domaine de simulation FDTD en deux régions distinctes : la zone de champ total et la zone de champ diffusé. Ces deux zones sont reliées entre elles par une surface virtuelle non physique d'où l'onde plane est générée.	50
2.9	Plan de coupe horizontal réalisé au niveau de l'interface entre les régions dites de <i>champ total</i> et de <i>champ diffusé</i> . Cette coupe montre quelles sont les composantes de champs présentes au niveau de cette interface et leurs positions dans la grille de simulation FDTD dans le cas d'une polarisation TM [112].	51

2.10	Simulation de la propagation d'une onde plane sinusoïdale dans le vide à $\nu = 10$ GHz. Les différentes régions présentées sur la figure 2.8 sont repérées. Lorsque l'onde plane générée se propage dans le vide, il n'y a aucun champ diffusé dans la zone SF.	53
2.11	Grille FDTD 2D en polarisation TM. Les différents champs H_x, H_y et E_z et leurs indices correspondants sont représentés. Les champs en bord de domaine et repérés en gris, ne pouvant être calculés à partir de l'algorithme de Yee, sont obtenus en imposant, par exemple, des conditions périodiques aux limites.	54
2.12	Application du sous-maillage à la grille FDTD 2D en polarisation TM pour $i \in [i-1, i+2]$ et $j \in [j-1, j+2]$. Les différents champs H_x, H_y et E_z et leurs indices correspondants sont représentés. Les champs en bord de domaine et repérés en gris, ne pouvant être calculés à partir de l'algorithme de Yee, sont obtenus en imposant, par exemple, des conditions périodiques aux limites. Les champs repérés en bleu font partie de la grille fine. La liaison entre grille large et grille fine se fait par l'intermédiaire des cellules e_z dites « fantômes ». . .	55
3.1	Mise en évidence des possibilités des cristaux photoniques à gradient dans le contrôle de la lumière. En jouant sur un des paramètres de maille, on modifie les courbes iso-fréquences (figure de gauche) et, de surcroît, la direction du vecteur d'onde. On obtient alors un meilleur contrôle de la direction de propagation d'une onde électromagnétique (figure de droite) [3].	61
3.2	Mise en évidence de la possibilité offerte par les cristaux photoniques à gradient : en jouant sur le facteur d'aspect $\Delta x / \Delta y$ qui est très légèrement modifié, il est possible de d'imiter l'effet de mirage atmosphérique (à droite). Cela est rendu possible par le fait que la direction du vecteur d'onde de l'onde électromagnétique qui traverse la structure est fixée par la normale aux courbes iso-fréquences comme le montre la figure de gauche [126].	62
3.3	Mise en évidence expérimentale de l'effet de mirage photonique dans le domaine des micro-ondes grâce au cristal photonique à gradient présenté à gauche. Il s'agit d'une structure constituée de tiges métalliques régulièrement espacées avec un décalage variable dans la direction verticale. Il varie linéairement de 1,33 cm (haut de la structure) à 0,67 cm (bas de la structure). À droite, les résultats de simulation montrent que l'onde incidente est décalée d'environ 30 cm $\approx 10 \cdot \lambda$, valeur bien inférieure à ce qui est observé avec l'effet naturel du mirage atmosphérique, qui est plutôt de l'ordre de la dizaine de kilomètres. La majorité de l'énergie de l'onde incidente ressort du même côté que par celui par lequel elle est entrée et plus de 70% de l'énergie incidente est transmise [4].	63
3.4	Lentille plate à gradient d'indice telle que décrite par O. Pinchuk et George C. Schatz. n_0 est l'indice de réfraction le long de l'axe de la lentille, $n(r)$ est l'indice de réfraction à une distance r de l'axe de la lentille, d est son épaisseur et f sa distance focale [132].	64
3.5	Profils d'indice obtenus à partir de l'équation 3.3 pour la lentille plate. n_0 peut aussi bien être positif ou négatif tout comme le gradient du profil qui, s'il est positif, servira à concevoir une lentille divergente. À l'inverse, si ce gradient est négatif, la lentille conçue sera convergente [132].	65

3.6	Relation de dispersion dans le plan $(k_x; k_y)$, pour une fréquence donnée, d'un cristal photonique LHI. La courbe de dispersion du vide est représenté en bleu et la courbe de dispersion du cristal photonique en rouge. La composante k_x du vecteur d'onde est conservée. Dans ce cas, $n_{eff} > 1$	66
3.7	Schéma de principe de la lentille à gradient d'indice positif. Le gradient est 1D. Elle est constituée de tiges de cuivre de diamètres croissant de l'axe aux bords. Le réseau est carré et le pas de la maille vaut $a = 12$ mm. La direction du vecteur d'onde \mathbf{k} est perpendiculaire au gradient [11].	67
3.8	Structures de bandes d'un cristal photonique à maille carrée de pas $a = 12$ mm à pistes métalliques sur substrat diélectrique. Les deux structures de bandes pour les deux facteurs de remplissage extrêmes utilisés sont représentées. La ligne horizontale marron indique la fréquence de fonctionnement ($a/\lambda = 0,384$) située dans la première bande permise, où les courbes iso-fréquences sont circulaires. La polarisation est transverse magnétique (TM).	69
3.9	Courbes iso-fréquences dans la première bande permise à $\nu = 10$ GHz d'un cristal photonique métallique à maille carrée. Le pas $a = 12$ mm ($a/\lambda = 0,4$). Il est constitué de pistes de cuivre de $35 \mu\text{m}$ d'épaisseur dont on a fait varier la largeur. Celles-ci sont dans l'air. La polarisation est transverse magnétique (TM). Le rayon des courbes iso-fréquences du cristal photonique est inférieur à celui du cône de lumière, donc $n_{eff} \leq 1$	70
3.10	Courbe d'étalonnage $n_{eff}(w)$ en fonction de la largeur de piste de cuivre utilisée. Celle-ci est dans l'air. L'interpolation a été réalisée grâce à la méthode des moindres carrés à l'ordre 3.	71
3.11	Profil d'indice $n(r)$ de la lentille à gradient d'indice positif constituée de cinq couches de pistes de cuivre dans l'air (en bleu) et sur circuit imprimé (en rouge). Les paramètres utilisés pour ce profil d'indice sont : $n_0 = 1$; $d = 6$ cm ; $f = 15$ cm. $n_0 = 1,27$ lorsqu'il est tenu compte du substrat.	72
3.12	Courbes iso-fréquences dans la première bande permise à $\nu = 9,6$ GHz d'un cristal photonique à maille carrée de pas $a = 12$ mm ($a/\lambda = 0,384$) constitué de pistes de cuivre de $35 \mu\text{m}$ d'épaisseur situées sur du FR4 et dont on a fait varier la largeur. La polarisation est transverse magnétique (TM).	74
3.13	[Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 9,6$ GHz traverse la lentille à gradient d'indice positif constituée de pistes de cuivre gravées sur un substrat. La lentille est délimitée par les deux traits verts verticaux. La distance focale est obtenue en relevant la valeur maximale de $\overline{E_z^2}$ au niveau de la tâche focale et vaut $f \approx 15$ cm.	75
3.14	[Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z (champ électrique parallèle aux pistes) lorsqu'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9,6$ GHz située à la distance focale $f = 15$ cm traverse la lentille à gradient d'indice positif constituée de pistes de cuivre gravées sur du FR4. La lentille est délimitée par les deux traits noirs verticaux. Les fronts d'onde incidents sont circulaires ; ceux de l'onde transmise sont plans.	76
3.15	[Simulation] Coupes effectuées au niveau du plan focal lorsqu'une onde plane sinusoïdale traverse la lentille à gradient d'indice positif pour différentes fréquences placées autour du point de fonctionnement optimal à la fréquence de $\nu = 9,6$ GHz. Les courbes ont toutes la forme d'un sinus cardinal dont la largeur à mi-hauteur vaut $FWHM \approx 0,78 \cdot \lambda$	77

- 3.16 Variation de la distance focale f en fonction de la fréquence de l'onde plane sinusoïdale incidente sur la lentille à gradient d'indice positif. 78
- 3.17 Lentille à cristaux photoniques à gradient constituée de cinq couches de circuit imprimé. De l'axe aux bords de la lentille, la largeur w des pistes croît et leur épaisseur t vaut $35\ \mu\text{m}$ (il n'y a pas de piste au centre de la lentille : $n_0 = 1,27$). La direction du vecteur d'onde k est perpendiculaire au gradient. Encart : La maille élémentaire du cristal photonique à gradient est un carré de côté $a = 12\ \text{mm}$ à l'intérieur duquel une piste de $35\ \mu\text{m}$ d'épaisseur est centrée. 79
- 3.18 Dispositif expérimental permettant la caractérisation de la lentille à gradient d'indice positif constituée de pistes de cuivre gravées sur du FR4. L'analyseur de réseau vectoriel 8722ES d'Agilent est relié à l'antenne cornet (transmetteur) et à l'antenne monopole (récepteur). Cette dernière est fixée à une platine se translatant dans deux directions (\vec{x} et \vec{y}) afin d'établir une cartographie du champ émergent sur une aire de $40 \times 40\ \text{cm}^2$ 80
- 3.19 [Expérimentation] Cartographie de la valeur moyenne de S_{21}^2 sur une période lorsque l'antenne cornet est polarisée verticalement (champ électrique parallèle aux pistes). Elle émet une onde plane sinusoïdale à $\nu = 9,6\ \text{GHz}$ qui traverse la lentille à gradient d'indice positif qui est délimitée par le trait vert vertical. La distance focale obtenue est d'environ $15\ \text{cm}$ 81
- 3.20 [Expérimentation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z ($\Re(S_{12})$) lorsqu'une onde cylindrique à $\nu = 9,6\ \text{GHz}$ issue d'une antenne monopole au point focal traverse la lentille à gradient d'indice positif. Le relevé a été effectué en deux temps : premièrement, de 0 à $40\ \text{cm}$ de l'interface de sortie de la lentille puis de $40\ \text{cm}$ à $80\ \text{cm}$. Les fronts d'onde en sortie sont plans. 81
- 3.21 [Expérimentation] Coupes effectuées à partir des résultats expérimentaux au niveau du plan focal lorsqu'une onde plane sinusoïdale traverse la lentille à gradient d'indice positif pour différentes fréquences situées autour de la fréquence de $\nu = 9,6\ \text{GHz}$. Pour une meilleure lisibilité, les courbes obtenues ont été filtrées avec l'algorithme de Savitzky-Golay [142]. On obtient une largeur à mi-hauteur d'environ $0,75 \cdot \lambda$ 82
- 3.22 Structures de bandes d'un cristal photonique à maille triangulaire de pas $a = 10\ \text{mm}$ de trous d'air dans de l'alumine. Les deux structures de bandes pour les deux facteurs de remplissage extrêmes utilisés sont représentées. La ligne horizontale marron indique la fréquence de fonctionnement ($a/\lambda = 0,3$) située dans la deuxième bande permise. De la courbure de cette bande, il résulte que la vitesse de groupe $d\omega/dk$ est négative. La polarisation est transverse magnétique (TM). 84
- 3.23 Courbes iso-fréquences dans la deuxième bande permise à $\nu = 9\ \text{GHz}$ d'un cristal photonique diélectrique à maille triangulaire de pas $a = 10\ \text{mm}$ ($a/\lambda = 0,3$). Il est constitué de trous d'air dans de l'alumine. La polarisation est transverse magnétique (TM). 85
- 3.24 Profil d'indice de la lentille à gradient d'indice négatif constituée de trous d'air dans de l'alumine. Les paramètres utilisés pour ce profil d'indice sont : $n_0 = -1,058$; $d = 8,66\ \text{cm}$; $f = 20\ \text{cm}$ (cf. formule 3.3) 86

3.25 [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{\mathbf{E}_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 9$ GHz traverse la lentille à gradient d'indice négatif. La lentille est délimitée par les deux traits verts verticaux. La distance focale est obtenue en relevant la valeur maximale de $\overline{\mathbf{E}_z^2}$ au niveau de la tâche focale et vaut $f \approx 16$ cm.	87
3.26 [Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z lorsqu'une onde cylindrique à $\nu = 9$ GHz issue d'une source ponctuelle TM à la distance focale $f = 16$ cm traverse la lentille à gradient d'indice négatif. La lentille est délimitée par les deux traits verts verticaux. Les fronts d'onde incidents sont circulaires ; ceux de l'onde transmise sont plans.	88
3.27 [Simulation] Coupes effectuées au niveau du plan focal et autour lorsqu'une onde plane sinusoïdale traverse la lentille à gradient d'indice négatif à la fréquence de $\nu = 9$ GHz. Nous obtenons, au mieux, une largeur à mi-hauteur de $0,5 \cdot \lambda$	89
3.28 Variation de l'indice de réfraction n en fonction de la distance radiale normalisée r pour les lentilles de Luneburg, de Eaton, de Eaton-Lippmann et Maxwell-Fisheye.	90
3.29 Courbes isofréquences à $\nu = 9$ GHz pour différents rayons de tiges d'alumine dans l'air. La maille élémentaire est carrée de période $a = 7$ mm ($a/\lambda = 0,21$). La polarisation est transverse magnétique (TM).	93
3.30 Schémas des lentilles de Luneburg simulées. Le gradient est 2D. a) Elle est constituée de tiges d'alumine. Le réseau est carré et la pas de la maille vaut $a = 7$ mm. b) Elle est constituée de trous d'air dans du téflon. Le réseau est triangulaire et le pas de la maille vaut $a = 10$ mm.	94
3.31 [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{\mathbf{E}_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 9$ GHz traverse la lentille de Luneburg constituée de tiges d'alumine. Cette onde incidente est focalisée à la périphérie de la lentille.	94
3.32 [Simulation] Coupe effectuée au niveau du plan focal obtenu en simulation lorsqu'une onde plane sinusoïdale TM à $\nu = 9$ GHz traverse la lentille de Luneburg à cristal photonique en alumine. La courbe a l'allure d'un sinus cardinal. La largeur à mi-hauteur obtenue est $FWHM \approx 0,42 \cdot \lambda$	95
3.33 [Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z (champ électrique parallèle aux tiges d'alumine) lorsqu'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz située sur la périphérie de la lentille de Luneburg constituée de tiges d'alumine la traverse. Les fronts d'onde en sortie sont plans.	96
3.34 [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{\mathbf{E}_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à a) $\nu = 8$ GHz ; b) $\nu = 10$ GHz ; c) $\nu = 11$ GHz et d) $\nu = 12$ GHz traverse la lentille de Luneburg constituée de tiges d'alumine. Cette onde incidente n'est plus focalisée à la périphérie de la lentille et la « distance focale » diminue au fur-et-à-mesure que la fréquence augmente.	97
3.35 Courbes iso-fréquences dans la première bande permise à $\nu = 10$ GHz d'un cristal photonique diélectrique à maille triangulaire. Il est constitué de trous d'air dont on fait varier le rayon dans du téflon. Le pas $a = 10$ mm et $a/\lambda = 0,33$. La polarisation est transverse magnétique (TM).	98

- 3.36 [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 10$ GHz traverse la lentille de Lüneburg constituée de trous d'air dans du téflon. Cette onde incidente est focalisée à la périphérie de la lentille. 99
- 3.37 [Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z lorsqu'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 10$ GHz située sur la périphérie traverse la lentille de Lüneburg constituée de trous d'air dans du téflon. Les fronts d'onde en sortie sont plans. 99
- 3.38 [Simulation] Cartographie de la valeur moyenne du champ E_z^2 sur une période ($\overline{E_z^2}$) lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à a) $\nu = 8$ GHz; b) $\nu = 9$ GHz; c) $\nu = 11$ GHz et d) $\nu = 12$ GHz traverse la lentille de Lüneburg constituée de trous d'air dans du téflon. Cette onde incidente n'est plus focalisée à la périphérie de la lentille et la « distance focale » augmente au fur-et-à-mesure que la fréquence augmente. 100
- 3.39 [Simulation] FDTD de la lentille de Maxwell Fisheye conçue avec des tiges d'alumine dans l'air. L'onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz située sur la périphérie est focalisée au point symétrique par rapport au centre de la lentille. 102
- 3.40 [Simulation] FDTD de la lentille Half Maxwell Fisheye conçue avec des tiges d'alumine dans l'air. La fréquence de fonctionnement optimal de cette lentille est de $\nu = 9$ GHz. Cette cartographie du champ électrique E_z instantané montre que l'onde cylindrique issue de la source ponctuelle TM située à la périphérie de la lentille ressort en onde plane sinusoïdale, ce qui est le résultat attendu d'une telle lentille. 102
- 3.41 Ensemble des fonctions réalisables avec des lentilles à gradient d'indice SELFOC®. Le profil d'indice de telles lentilles est de la forme $n(r) = n_0 \cdot \text{sech}(g \cdot r)$ où n_0 est l'indice de réfraction suivant l'axe de la lentille, g la constante du gradient d'indice dépendante de l'épaisseur de la lentille L_x , P la période de la sinusoïde et r la distance radiale par rapport à l'axe de la lentille. ϕ est le diamètre de chaque lentille. Suivant la fonction à réaliser, il faut faire varier l'épaisseur de la lentille. 104
- 3.42 [Simulation] Trois fonctions réalisables avec des lentilles à gradient d'indice SELFOC®. a) Focalisation d'une onde collimatée en un point focal situé à l'extérieur de la lentille. b) Focalisation d'une onde collimatée sur la périphérie de la lentille. c) Focalisation d'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle en un point focal. Ces lentilles sont réalisées avec des cristaux photoniques 2D constitués de tiges d'alumine dans l'air. La fréquence de fonctionnement est de $\nu = 9$ GHz. 107
- 3.43 [Simulation] Deux fonctions réalisables avec des lentilles à gradient d'indice SELFOC®. a) Transfert d'une onde collimatée d'une extrémité à l'autre. b), c) et d) Transfert d'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle d'une extrémité à l'autre avec inversion de l'image. L'inversion de l'image est démontrée par les figures b) et d). Ces lentilles sont réalisées avec des cristaux photoniques 2D constitués de tiges d'alumine dans l'air. La fréquence de fonctionnement est de $\nu = 9$ GHz. 108

4.1	Schémas de principe de la réfraction positive dans le cas où l'angle d'incidence de l'onde est inférieur à l'angle critique. Dans le cas contraire, il y a réflexion totale avec production d'une onde évanescente dans le milieu d'indice n_2 . Tiré de [51].	110
4.2	À l'interface entre deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_2 avec $n_1 > n_2$, il y a réflexion totale si $\theta_1 > \theta_c = \arcsin(n_2/n_1)$. Dans ce cas, il existe une onde évanescente localisée dans le milieu 2 qui ne se propage pas dans l'espace et qui est périodique dans le temps.	112
4.3	Trois régimes de fonctionnement obtenus avec deux prismes à angle droit. a) Tant que la distance qui les sépare est suffisamment importante, l'onde incidente est totalement réfléchi. b) En rapprochant le prisme de droite, l'onde évanescente va être transmise au deuxième prisme sous la forme d'une onde propagative. On dit alors que la réflexion est « frustrée ». c) Si les deux prismes sont collés, il y a transmission.	112
4.4	Cartographie de la valeur moyenne du carré du champ électrique ($\overline{E_z^2}$) à gauche et valeur instantanée de E_z (à droite) d'une onde plane sinusoïdale incidente TM à $\nu = 10$ GHz sur un ensemble de deux prismes constitués par a) de la paraffine et b) des cristaux photoniques d'alumine. Ils sont séparés de $e = 3$ cm. Les flèches rouges indiquent la trajectoire déduite de l'optique géométrique. La transmission à travers le deuxième prisme est très faible.	113
4.5	Trois régimes de fonctionnement obtenus en simulation avec des prismes de cristaux photoniques constitués de tiges d'alumine lorsqu'une onde plane sinusoïdale incidente à $\nu = 10$ GHz traverse le premier prisme et arrive avec un angle d'incidence de 45° . a) Lorsque l'écart entre les deux prismes vaut $e = 7$ cm, la totalité de cette onde est réfléchi. b) En rapprochant les deux prismes ($e = 1$ cm) on observe le phénomène dit de « réflexion totale frustrée » : une partie de l'onde incidente est transmise au deuxième prisme par ondes évanescentes. c) Enfin, si les deux prismes sont collés ($e = 0$ cm), alors l'onde incidente est transmise.	115
4.6	Profondeur de pénétration de l'onde évanescente en sortie d'un prisme à cristaux photoniques d'alumine. Elle est obtenue en traçant une coupe du champ E_z suivant la normale à la face de sortie de ce prisme (courbe rouge). La courbe verte est la courbe théorique obtenue en réalisant un <i>fit</i> [188].	116
4.7	Rapport des intensités entre la valeur maximale du champ $\overline{E_z^2}$ transmis et la valeur maximale du champ $\overline{E_z^2}$ incident en fonction de l'écart e entre les deux prismes à cristal photonique.	117
4.8	Illustration du décalage de Goos-Hänchen : les flèches rouges indiquent le chemin que devrait suivre l'onde incidente après réflexion sur la face de sortie du prisme d'après l'optique géométrique ; la flèche bleue indique le chemin réellement suivi par cette onde en raison de l'effet Goos-Hänchen [190]. . . .	118
4.9	Champ $\overline{E_z^2}$ issu de la figure 4.4 suivant un plan de coupe horizontal en sortie du premier prisme constitué par des cristaux photoniques lorsque les deux prismes sont séparés de $e = 3$ cm. Le décalage de Goos-Hänchen (distance entre la ligne verticale noire et le maximum de $\overline{E_z^2}$) est estimé à $d \approx 1,6$ cm. .	119

4.10	Décalages de Goos-Hänchen d en fonction de l'écart e entre les deux prismes de paraffine (courbe rouge) et constitués par des cristaux photoniques en alumine (courbe verte). On note que les résultats obtenus sont à peu près concordants sauf pour la valeur asymptotique qui, d'après l'équation 4.17 vaut $d_{TM} = 1,72$ cm.	120
4.11	Cartographies a) de la valeur moyenne du carré du champ électrique ($\overline{E_z^2}$) et b) de la valeur instantanée du champ électrique E_z d'une onde plane sinusoïdale incidente TM à $\nu = 10$ GHz sur l'hypoténuse d'un prisme constitué par des cristaux photoniques en alumine. Les flèches rouges indiquent la trajectoire théorique de l'onde incidente. On s'aperçoit que l'onde incidente ressort décalée par la face identique à celle par laquelle elle était entrée. Le faisceau est bien inversé et l'onde évanescence est bien visible sur la figure b).	121
4.12	À gauche : Application utilisant le phénomène dit de « réflexion totale frustrée » : mise en évidence d'empreintes digitales. À droite : application utilisant le phénomène de réflexion totale : les jumelles.	122
A.1	[Expérimentation] À gauche : Relevé de $\Re(S_{21})$ lorsque l'antenne cornet est polarisée verticalement (champ électrique parallèle aux pistes) et que la lentille est absente. L'onde se propage de haut en bas. À droite : Coupe réalisée au centre de la cartographie de la figure de gauche montrant la forme des ondes obtenues et permettant de vérifier que la longueur d'onde est conforme à celle attendue ($\lambda \approx 3,1$ cm). La fréquence de fonctionnement est $\nu = 9,6$ GHz.	127
A.2	[Expérimentation] Cartographie de l'émission de l'antenne $\lambda/4$ dans le vide à $\nu = 9,6$ GHz.	128
C.1	[Simulation] Cartographie de la valeur instantanée du champ électrique E_z (champ électrique parallèle aux tiges d'alumine) lorsqu'une onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz située sur la périphérie de la lentille de Luneburg constituée de tiges d'alumine se propage. Les fronts d'onde de l'onde transmise sont plans.	132
C.2	[Simulations] FDTD de la lentille de Maxwell Fisheye conçue avec des tiges d'alumine dans l'air. Afin de s'assurer de la justesse de nos calculs, nous avons déplacé l'onde cylindrique issue d'une source ponctuelle TM à $\nu = 9$ GHz en trois points différents et relevé une cartographie du champ électrique E_z instantané. Dans tous les cas, l'onde cylindrique est focalisée au point symétrique par rapport au centre de la lentille.	133
C.3	[Simulation] Exemples de fonctions réalisables avec des lentilles à gradient d'indice SELFOC®. Ces lentilles sont réalisées avec des cristaux photoniques constitués de tiges d'alumine dans l'air. La fréquence de fonctionnement est de $\nu = 9$ GHz.	134

Liste des tableaux

3.1	Indices effectifs n_{eff} en fonction de la largeur des pistes de cuivre.	69
3.2	Largeurs w des pistes constitutives de la lentille à gradient d'indice positif en fonction de la distance r par rapport à l'axe.	73
3.3	Indices effectifs en fonction du rapport r_t/a où r_t est le rayon du trou percé dans l'alumine. La polarisation est transverse magnétique (TM) et la fréquence vaut $\nu = 9$ GHz.	85
3.4	Rayons des tiges d'alumine d'alumine en fonction de la distance par rapport à l'axe afin de réaliser l'ensemble des fonctions des lentilles SELFOC®. Ces valeurs ont été faites en supposant que $L_x = 7$ cm = $0,25 \cdot P$	105
B.1	Rayons r_t des trous en fonction de la distance r par rapport à l'axe de la lentille à gradient d'indice négatif afin d'obtenir une focalisation à 20 cm. . .	130

Liste des publications

Articles dans des revues avec comité de lecture (acceptés)

- + F. Gaufillet and É. Akmansoy. Graded photonic crystals for graded index lens. *Optics Communications*, 285(10–11) :2638 – 2641, 2012.
- + Fabian Gaufillet and Éric Akmansoy. Metallic graded photonic crystals for graded index lens. *Applied Physics A*, 109(4) :1071–1074, 2012.
- + F. Gaufillet and É. Akmansoy. Design and experimental evidence of a flat graded-index photonic crystal lens. *J. Appl. Phys.*, 114 :083105, 2013.

Communications

- + F. Gaufillet, É. Akmansoy, Graded Index Photonic Crystal Lens for Microwave Applications, EuCAP 2013 (Göteborg) du 8 au 12 avril 2013 (conférence internationale : oral)
- + F. Gaufillet, É. Akmansoy, Design and experimental evidence of a flat graded-index photonic crystal lens, Metamaterials 2013 (Bordeaux) du 16 au 21 septembre 2013 (conférence internationale : poster)
- + F. Gaufillet, É. Akmansoy, Metallic graded photonic crystals for graded index lens, META 2012 (Paris) du 19 au 22 avril 2012 (conférence internationale : oral).
- + F. Gaufillet, É. Akmansoy, Cristaux photoniques à gradient et lentilles à gradient d'indice, G.D.R Ondes (Dijon) du 8 au 9 février 2012 (conférence nationale : oral).
- + F. Gaufillet, É. Akmansoy, Lentille plate à cristal photonique à gradient, JNM 2013 (Paris) du 15 au 17 mai 2013 (conférence nationale : poster)
- + F. Gaufillet, É. Akmansoy, Lentille plate à cristal photonique à gradient, JCMM 2014 (Nantes) du 24 au 26 mars 2014 (conférence nationale : oral)

Bibliographie

- [1] E. Yablonovitch. Photonic crystals : what's in a name? *Optics and Photonics news*, 18, 12-13, mars 2007.
- [2] M. Notomi. Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals : Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap. *Phys. Rev. B*, 62 :10696–10705, Oct 2000.
- [3] Emmanuel Centeno and David Cassagne. Graded photonic crystals. *Opt. Lett.*, 30(17) :2278–2280, Sep 2005.
- [4] Eric Akmansoy, Emmanuel Centeno, Kevin Vynck, David Cassagne, and Jean-Michel Lourtioz. Graded photonic crystals curve the flow of light : An experimental demonstration by the mirage effect. *Applied Physics Letters*, 92(13), 2008.
- [5] Emmanuel Centeno, Eric Akmansoy, Kevin Vynck, David Cassagne, and Jean-Michel Lourtioz. Light bending and quasi-transparency in metallic graded photonic crystals. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, 8(2) :120 – 124, 2010. Special Issue PECS 8.
- [6] Eric Cassan and Khanh-Van Do. Analytic design of graded photonic crystals in the metamaterial regime. *J. Opt. Soc. Am. B*, 28(8) :1905–1910, Aug 2011.
- [7] Hamza Kurt and David S. Citrin. Graded index photonic crystals. *Opt. Express*, 15(3) :1240–1253, Feb 2007.
- [8] H. Kurt, E. Colak, O. Cakmak, H. Caglayan, and E. Ozbay. The focusing effect of graded index photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 93(17) :171108, 2008.
- [9] Qi Wu, John M. Gibbons, and Wounjhang Park. Graded negative index lens by photonic crystals. *Opt. Express*, 16(21) :16941–16949, Oct 2008.
- [10] Borislav Vasić and Radoš Gajić. Self-focusing media using graded photonic crystals : Focusing, fourier transforming and imaging, directive emission, and directional cloaking. *Journal of Applied Physics*, 110(5) :053103, 2011.
- [11] F. Gaufillet and É. Akmansoy. Graded photonic crystals for graded index lens. *Optics Communications*, 285(10–11) :2638 – 2641, 2012.
- [12] Atilla Ozgur Cakmak, Evrim Colak, Humeyra Caglayan, Hamza Kurt, and Ekmel Ozbay. High efficiency of graded index photonic crystal as an input coupler. *Journal of Applied Physics*, 105(10) :103708, 2009.
- [13] B. B. Oner, M. Turduev, I. H. Giden, and H. Kurt. Efficient mode converter design using asymmetric graded index photonic structures. *Opt. Lett.*, 38(2) :220–222, Jan 2013.
- [14] F. Gadot, T. Brillat, E. Akmansoy, and A. de Lustrac. New type of metallic photonic bandgap material suitable for microwave applications. *Electronics Letters*, 36(7) :640–641, 2000.

-
- [15] Mengqian Lu, Bala Krishna Juluri, Sz-Chin Steven Lin, Brian Kiraly, Tieyu Gao, and Tony Jun Huang. Beam aperture modifier and beam deflector using gradient-index photonic crystals. *Journal of applied physics*, 108 :103505, 2010.
 - [16] Duncan T. Moore. Gradient-index optics : a review. *Appl. Opt.*, 19(7) :1035–1038, Apr 1980.
 - [17] Richard Feynman, Robert Leighton, and Matthew Sands. *The Feynman Lectures on Physics*, volume 1. Addison-Wesley, Boston, second edition, 1963.
 - [18] K. Ohtaka. Energy band of photons and low-energy photon diffraction. *Phys. Rev. B*, 19 :5057, 1979.
 - [19] E. Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 58 :2059–62, 1987.
 - [20] S. John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, 58 :2486–9, 1987.
 - [21] L. Rayleigh. On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure. *Philosophical Magazine*, 24(147) :145–159, 1887.
 - [22] T.E. Sale. *Vertical cavity surface emitting lasers*. Research Studies Press. Taunton, Somerset, 1995.
 - [23] V.P. Bykov. Spontaneous emission in a periodic structure. *J. Exp. Theor. Phys.*, 35 :269, 1972.
 - [24] R. Zengerle. Light propagation in singly and doubly periodic planar waveguides. *Journal of Modern Optics*, 34 :1589–1617, 1987.
 - [25] Soumia Massaoudi. *Étude théorique et expérimentale des matériaux à bandes interdites photoniques bidimensionnels (BIP 2D) en micro-ondes : application à l’ultraréfraction*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 2005.
 - [26] C.M. Soukoulis K.M. Ho, C.T. Chan. Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures. *Phys. Rev. Lett.*, 65 :3152, 1990.
 - [27] K.M. Leung E. Yablonovitch, T.J. Gmitter. Photonic band structure : The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms. *Physical Review Letters*, 67(17) :2295–2298, 1991.
 - [28] E. Yablonovitch, T.J. Gmitter, R.D. Meade, A.M. Rappe, K.D. Brommer, and J. Joannopoulos. Donor and acceptor modes in photonic band structure. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :3380–3383, 1991.
 - [29] S.Y. Lin, J.G. Fleming, D.L. Hetherington, B.K. Smith, R. Biswas, K.M. Ho, M.M. Sigalas, W. Zubrzycki, S.R. Kurtz, and J. Bur. A three-dimensional photonic crystal operating at infrared wavelengths. *Nature*, 394(6690) :251–253, 1998.
 - [30] G. Kiriakidis and N. Katsarakis. Fabrication of 2-d and 3-d pbg crystals in the ghz and thz regions. *Mater. Phys. Mech*, 2000.
 - [31] Jean-Michel Lourtioz, Henri Benisty, Vincent Berger, Jean-Michel Gérard, Daniel Maystre, and Alexei Tchebnokov. *Les cristaux photoniques ou la lumière en cage*. Hermes science publications edition, 2003.
 - [32] Joannopoulos J.D, Meade R.D., and Winn J.N. *Photonic crystals*. New Jersey, Princeton university press edition, 1995.

- [33] A. I. Cabuz, E. Centeno, and D. Cassagne. Superprism effect in bidimensional rectangular photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 84(12) :2031–2033, 2004.
- [34] Gaoxin Qiu, Fanglei Lin, and Y.P. Li. Complete two-dimensional bandgap of photonic crystals of a rectangular bravais lattice. *Optics Communications*, 219(1–6) :285 – 288, 2003.
- [35] Jean-Michel Lourtioz. Cristaux photoniques et « gaps » de photons : Propriétés et applications. *Techniques de l'ingénieur Fondamentaux de l'optique*, base documentaire : TIB448DUO.(ref. article : af3711), 2014.
- [36] Yurii A. Vlasov, Martin O'Boyle, Hendrik F. Hamann, and Sharee J. McNab. Active control of slow light on a chip with photonic crystal waveguides. *Nature*, 438 :65–69, November 2005.
- [37] Kevin Vynck. *Propriétés optiques de matériaux diélectriques nanostructurés : Des cristaux photoniques aux métamatériaux*. PhD thesis, Université Montpellier II, November 2008.
- [38] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami. Photonic crystals for micro lightwave circuits using wavelength-dependent angular beam steering. *Appl. Phys. Lett.*, 74(10) :1370–1372, 1999.
- [39] Hideo Kosaka, Takayuki Kawashima, Akihisa Tomita, Masaya Notomi, Toshiaki Tamamura, Takashi Sato, and Shojiro Kawakami. Self-collimating phenomena in photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 74(9) :1212–1214, 1999.
- [40] B. Gralak, S. Enoch, and G. Tayeb. Anomalous refractive properties of photonic crystals. *J. Opt. Soc. Am. A*, 17(6) :1012–1020, 2000.
- [41] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami. Superprism phenomena in photonic crystals. *Phys. Rev. B*, 58 :10096–10099, 1998.
- [42] L. Wu, M. Mazilu, T. Karle, and T.F. Krauss. Superprism phenomena in planar photonic crystal. *J. Lightwave Technol.*, 38 :915–918, 2002.
- [43] T. Baba and M. Nakamura. Photonic crystal light deflection devices using the superprism effect. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 38(7) :909 –914, jul 2002.
- [44] Shawn-Yu Lin, V. M. Hietala, Li Wang, and E. D. Jones. Highly dispersive photonic band-gap prism. *Opt. Lett.*, 21(21) :1771–1773, Nov 1996.
- [45] J. Witzens, M. Loncar, and Axel Scherer. Self-collimation in planar photonic crystals. *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 8(6) :1246–1257, Nov 2002.
- [46] Dmitry Chigrin, Stefan Enoch, Clivia Sotomayor Torres, and Gérard Tayeb. Self-guiding in two-dimensional photonic crystals. *Opt. Express*, 11(10) :1203–1211, May 2003.
- [47] Peter T. Rakich, Marcus S. Dahlem, Sheila Tandon, Mihai Ibanescu, Marin Soljacic, Gale S. Petrich, John D. Joannopoulos, Leslie A. Kolodziejski, and Erich P. Ippen. Achieving centimetre-scale supercollimation in a large-area two-dimensional photonic crystal. *Nature Materials*, 5 :93–96, 2006.
- [48] Xiaofang Yu and Shanhui Fan. Bends and splitters for self-collimated beams in photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 83(16) :3251–3253, 2003.
- [49] Seunghyun Kim, Gregory P. Nordin, Jingbo Cai, and Jianhua Jiang. Ultracompact high-efficiency polarizing beam splitter with a hybrid photonic crystal and conventional waveguide structure. *Opt. Lett.*, 28(23) :2384–2386, Dec 2003.

-
- [50] Dennis W Prather, Shouyuan Shi, Janusz Murakowski, Garrett J Schneider, Ahmed Sharkawy, Caihua Chen, BingLin Miao, and Richard Martin. Self-collimation in photonic crystal structures : a new paradigm for applications and device development. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 40(9) :2635, 2007.
 - [51] Masaya Notomi. Manipulating light with strongly modulated photonic crystals. *Reports on Progress in Physics*, 73(9) :096501, 2010.
 - [52] Akhlesh Lakhtakia, Martin W. McCall, and Werner S. Weiglhofer. Brief overview of recent developments on negative phase-velocity mediums (alias left-handed materials). *International Journal of Electronics and Communications*, 56(6) :407–410, 2002.
 - [53] Victor Veselago, Leonid Braginsky, Valery Shklover, and Christian Hafner. Negative refractive index materials. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, 3(2) :1–30, 2006.
 - [54] John B. Pendry and David R. Smith. Reversing light with negative refraction. *Physics Today*, pages 37–43, June 2004.
 - [55] Martin W. McCall, Akhlesh Lakhtakia, and Werner S. Weiglhofer. The negative index of refraction demystified. *Eur. J. Phys.*, 23 :353–359, 2002.
 - [56] V. Veselago. Electrodynamics of substances with simultaneously negative electrical and magnetic permeabilities. *Sov. Phys. Usp*, 10(4) :509–514, 1968.
 - [57] J. Pendry, A. Holden, W. Stewart, and I. Youngs. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Physical Review Letters*, 76(25) :4773–4776, 1996.
 - [58] J. Pendry, A. Holden, D. Robbins, and W. Stewart. Low frequency plasmons in thin-wire structures. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 10 :4785, 1998.
 - [59] J. Pendry, A. Holden, D. Robbins, and W. Stewart. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, 47(11) :2075–2084, 1999.
 - [60] D.R. Smith and N. Kroll. Negative refractive index in left-handed materials. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :2933–2936, 2000.
 - [61] Ekmel Ozbay, Zhaofeng Li, and Koray Aydin. Super-resolution imaging by one-dimensional, microwave left-handed metamaterials with an effective negative index. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 20 :304216, 2008.
 - [62] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :3966–3969, Oct 2000.
 - [63] M.C.K. Wiltshire, J.B. Pendry, and J.V. Hajnal. Sub-wavelength imaging at radio frequency. *J. Phys. : Condens. Matter*, 18 :L315–L321, 2006.
 - [64] D.R. Smith, J.B. Pendry, and M.C.K. Wiltshire. Metamaterials and negative refractive index. *Science*, 305(5685) :788–792, 2004.
 - [65] Pavel Kolinko and David R. Smith. Numerical study of electromagnetic waves interacting with negative index materials. *Optics Express*, 11(7) :640–648, April 2003.
 - [66] C.G. Parazzoli, R.B. Greigor, K. Li, B.E.C. Koltenbah, and M. Tanielian. Experimental verification and simulation of negative index of refraction using snell’s law. *Physical Review Letters*, 90(10) :107401, March 2003.
 - [67] R.A. Shelby, D.R. Smith, and S. Schultz. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, 292 :77–79, 2001.

- [68] Maria C. Velazquez-Ahumada, Manuel J. Freire, Jose M. Algarin, and Ricardo Marques. Demonstration of negative refraction of microwaves. *Am. J. Phys.*, 79(4) :349–352, April 2011.
- [69] Irfan Bulu, Humeyra Caglayan, and Ekmel Ozbay. Experimental demonstration of subwavelength focusing of electromagnetic waves by labyrinth-based two dimensional metamaterials. *Optics Letters*, 31(6) :814–816, March 2006.
- [70] H. Wu, L.Y. Jiang, W. Jia, and X.Y. Li. Imaging properties of an annular photonic crystal slab for both tm-polarization and te-polarization. *J. Opt.*, 13 :095103, 2011.
- [71] A. Sukhovich, B. Merheb, K. Muralidharan, J.O. Vasseur, Y. Pennec, P.A. Deymier, and J.H. Page. Experimental and theoretical evidence for subwavelength imaging in phononic crystals. *Physical Review Letters*, 102(15) :154301, April 2009.
- [72] Liyong Jiang, Hong Wu, and Xiangyin Li. Alternative approach to realize all-angle negative refraction and far-field imaging effects via two-dimensional all-solid photonic crystals. *Optics Communications*, 285(9) :2462 – 2465, 2012.
- [73] Meiling Liu, Maojin Yun, Feng Xia, Weijin Kong, Wei Lv, and Huiyue Tan. Superlens realized by the two dimensional graded photonic crystal. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, 124(20) :4536 – 4538, 2013.
- [74] Meiling Liu, Maojin Yun, Feng Xia, and Jian Liang. Negative refraction and superlensing in two-dimensional triangular lattice graded photonic crystals. *Proc. SPIE*, 8497 :849717–849717–8, 2012.
- [75] F. AbdelMalek, W. Belhadj, and H. Bouchriha. Fdtd study of subwavelength imaging by a photonic crystal slab. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, 3(1) :19 – 24, 2005.
- [76] Haider Butt, Qing Dai, Timothy D. Wilkinson, and Gehan A.J. Amaratunga. Negative index photonic crystal lenses based on carbon nanotube arrays. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, 10(4) :499 – 505, 2012. TaCoNa-Photonics 2011.
- [77] Qingyi Zhu, Yongqi Fu, Zhimin Zhang, Zhijun Xu, and Weixing Yu. Negative refraction and focusing of photonic crystals with graded negative index in visible regime. *Plasmonics*, 8(2) :335–340, 2013.
- [78] Ekmel Ozbay, Koray Aydin, Irfan Bulu, and Kaan Guven. Negative refraction, subwavelength focusing and beam formation by photonic crystals. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 40(9) :2652, 2007.
- [79] Patanjali V. Parimi, Wentao T. Lu, Plarenta Vodo, and Srinivas Sridhar. Photonic crystals : Imaging by flat lens using negative refraction. *Nature*, 426 :404, November 2003.
- [80] W.T. Lu, S. Sridhar, P. Vodo, P. Parimi, and Y. Huang. Photonic crystal devices using negative refraction, October 5 2010. US Patent 7,808,716.
- [81] Chiyan Luo, Steven G. Johnson, and J. D. Joannopoulos. All-angle negative refraction in a three-dimensionally periodic photonic crystal. *Applied Physics Letters*, 81(13) :2352–2354, 2002.
- [82] P. Vodo, P. V. Parimi, W. T. Lu, S. Sridhar, and R. Wing. Microwave photonic crystal with tailor-made negative refractive index. *Applied Physics Letters*, 85(10) :1858–1860, 2004.

-
- [83] P. Vodo, P. V. Parimi, W. T. Lu, and S. Sridhar. Focusing by planoconcave lens using negative refraction. *Applied Physics Letters*, 86(20), 2005.
 - [84] P. Vodo, W. T. Lu, Y. Huang, and S. Sridhar. Negative refraction and plano-concave lens focusing in one-dimensional photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 89(8), 2006.
 - [85] B. D. F. Casse, W. T. Lu, R. K. Banyal, Y. J. Huang, S. Selvarasah, M. R. Dokmeci, C. H. Perry, and S. Sridhar. Imaging with subwavelength resolution by a generalized superlens at infrared wavelengths. *Opt. Lett.*, 34(13) :1994–1996, Jul 2009.
 - [86] Borislav Vasic, Goran Isic, Rados Gajic, and Kurt Hingerl. Controlling electromagnetic fields with graded photonic crystals in metamaterial regime. *Opt. Express*, 18(19) :20321–20333, Sep 2010.
 - [87] Maxence Hofman, Nathalie Fabre, Xavier Mélique, Didier Lippens, and Olivier Vanbésien. Defect assisted subwavelength resolution in iii–v semiconductor photonic crystal flat lenses with $n = -1$. *Optics Communications*, 283(6) :1169 – 1173, 2010.
 - [88] W. Belhadj, D. Gamra, F. AbdelMalek, and H. Bouchriha. Design of photonic crystal superlens with improved image resolution. *Optical and Quantum Electronics*, 37(6) :575–586, 2005.
 - [89] Maxence Hofman, Didier Lippens, and Olivier Vanbésien. Image reconstruction using a photonic crystal based flat lens operating at $1.55\mu\text{m}$. *Appl. Opt.*, 49(30) :5806–5813, Oct 2010.
 - [90] Peng Shi, Kun Huang, and Yong ping Li. Subwavelength imaging by a graded-index photonic-crystal flat lens in a honeycomb lattice. *J. Opt. Soc. Am. A*, 28(10) :2171–2175, Oct 2011.
 - [91] Toshihiko Baba, Tomohiko Asatsuma, and Takashi Matsumoto. Negative refraction in photonic crystals. *MRS Bulletin*, 33 :927–930, 10 2008.
 - [92] Chao-Hsien Kuo and Zhen Ye. Negative-refraction-like behavior revealed by arrays of dielectric cylinders. *Phys. Rev. E*, 70 :026608, Aug 2004.
 - [93] Xiwen Wang, Z. Ren, and K. Kempa. Unrestricted superlensing in a triangular two dimensional photonic crystal. *Opt. Express*, 12(13) :2919–2924, Jun 2004.
 - [94] Peng Shi, Kun Huang, and Yong ping Li. Enhance the resolution of photonic crystal negative refraction imaging by metal grating. *Opt. Lett.*, 37(3) :359–361, Feb 2012.
 - [95] Chiyan Luo, Steven G. Johnson, J. D. Joannopoulos, and J. B. Pendry. Subwavelength imaging in photonic crystals. *Phys. Rev. B*, 68 :045115, Jul 2003.
 - [96] Xiangdong Zhang. Subwavelength far-field resolution in a square two-dimensional photonic crystal. *Phys. Rev. E*, 71 :037601, Mar 2005.
 - [97] E. Cubukcu, K. Aydin, E. Ozbay, S. Foteinopoulou, and C. M. Soukoulis. Subwavelength resolution in a two-dimensional photonic-crystal-based superlens. *Phys. Rev. Lett.*, 91 :207401, Nov 2003.
 - [98] P. V. Parimi, W. T. Lu, P. Vodo, J. Sokoloff, J. S. Derov, and S. Sridhar. Negative refraction and left-handed electromagnetism in microwave photonic crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :127401, Mar 2004.
 - [99] Zhaolin Lu, Janusz A. Murakowski, Christopher A. Schuetz, Shouyuan Shi, Garrett J. Schneider, and Dennis W. Prather. Three-dimensional subwavelength imaging by a photonic-crystal flat lens using negative refraction at microwave frequencies. *Phys. Rev. Lett.*, 95 :153901, Oct 2005.

- [100] A. Berrier, M. Mulot, M. Swillo, M. Qiu, L. Thylén, A. Talneau, and S. Anand. Negative refraction at infrared wavelengths in a two-dimensional photonic crystal. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :073902, Aug 2004.
- [101] Nathalie Fabre, Loic Lalouat, Benoit Cluzel, Xavier Mélique, Didier Lippens, Frédérique de Fornel, and Olivier Vanbésien. Optical near-field microscopy of light focusing through a photonic crystal flat lens. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :073901, Aug 2008.
- [102] T. Decoopman, G. Tayeb, S. Enoch, D. Maystre, and B. Gralak. Photonic crystal lens : From negative refraction and negative index to negative permittivity and permeability. *Phys. Rev. Lett.*, 97 :073905, Aug 2006.
- [103] Patanjali V. Parimi, Wentao T. Lu, Plarenta Vodo, and Srinivas Sridhar. Imaging by flat lens using negative refraction. *Nature*, 426 :404, November 2003.
- [104] R. B. Greigor, C. G. Parazzoli, J. A. Nielsen, M. A. Thompson, M. H. Tanielian, and D. R. Smith. Simulation and testing of a graded negative index of refraction lens.
- [105] Serge Berthier. Des insectes à la photonique. *Pour la Science*, 401 :32–39, 2011.
- [106] J.B. Jones, J.V. Sanders, and E.R. Segnit. Structure of opal. *Nature*, 204 :990–991, December 1964.
- [107] O. Graydon, G.J. Parker, and R. Sambles. Nature’s nanostructures colour wings and stones. *Opto and Laser Europe*, 51 :31–36, June 1998.
- [108] M. Pomarède. La couleur des oiseaux. *Pour la Science*, 261 :92, 1999.
- [109] R.C. McPhedran, N.A. Nicorovici, D.R. McKenzie, L.C. Botten, A.R. Parker, and G.W. Rouse. The sea mouse and the photonic crystal. *Aust. J. Chem.*, 54 :241–244, 2001.
- [110] Jérôme Muller. *Réalisation et modélisation d’un microscope à sonde locale appliqué à l’étude du rayonnement thermique en champ proche*. PhD thesis, Université Henri Poincaré - Nancy université, 2011.
- [111] Kane Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 14(3) :302–307, May 1966.
- [112] Allen Taflove and Susan C. Hagness. *Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House Publishers, 3rd edition, 2005.
- [113] John D. Joannopoulos, Steven G. Johnson, Joshua N. Winn, and Robert D. Meade. *Photonic Crystals : Molding the Flow of Light (Second Edition)*. Princeton University Press, 2 edition.
- [114] Amarachukwu Valentine Umenyi, Kenta Miura, and Osamu Hanaizumi. Modified finite-difference time-domain method for triangular lattice photonic crystals. *J. Lightwave Technol.*, 27(22) :4995–5001, Nov 2009.
- [115] Sailing He, Sanshui Xiao, Linfang Shen, Jiangping He, and Jian Fu. A new finite-difference time-domain method for photonic crystals consisting of nearly-free-electron metals. *Journal of Physics A : Mathematical and General*, 34(45) :9713, 2001.
- [116] Liang Wu and Sailing He. Revised finite-difference time-domain algorithm in a nonorthogonal coordinate system and its application to the computation of the band structure of a photonic crystal. *Journal of Applied Physics*, 91(10) :6499–6506, 2002.
- [117] Min Qiu and Sailing He. Fdtd algorithm for computing the off-plane band structure in a two-dimensional photonic crystal with dielectric or metallic inclusions. *Physics Letters A*, 278(6) :348 – 354, 2001.

-
- [118] G. A. Stark, M. Mishrikey, F. Robin, H. Jaeckel, C. Hafner, R. Vahldieck, and D. Erni. Positional dependence of fdtd mode detection in photonic crystal systems. *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields*, 22(2) :201–218, 2009.
 - [119] Jean-Pierre Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114(2) :185 – 200, 1994.
 - [120] R. Holland and John W. Williams. Total-field versus scattered-field finite-difference codes : A comparative assessment. *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, 30(6) :4583–4588, Dec 1983.
 - [121] Gerrit Mur. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, EMC-23(4) :377–382, Nov 1981.
 - [122] K. Umashankar and Allen Taflove. A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects. *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, EMC-24(4) :397–405, Nov 1982.
 - [123] A. R. Zakharian, M. Brio, and J. V. Moloney. Fdtd based second-order accurate local mesh refinement method for Maxwell’s equations in two space dimensions. *Commun. Math. Sci.*, 2(3) :497–513, 2004.
 - [124] Benjamin Fuchs. *Lentilles stratifiées et sources réelles associées : analyses théoriques et validations expérimentales en ondes millimétriques*. PhD thesis, Rennes 1, 2007.
 - [125] J E Samuels and D T Moore. Gradient-index profile control from mixed molten salt baths. *Appl Opt*, 29(28) :4042–50, 1990.
 - [126] Emmanuel Centeno, David Cassagne, and Jean-Paul Albert. Mirage and superbending effect in two-dimensional graded photonic crystals. *Phys. Rev. B*, 73 :235119, Jun 2006.
 - [127] Linhui Wang, Xiulun Yang, Xiangfeng Meng, Yurong Wang, Shouxiang Chen, Zhe Huang, and Guoyan Dong. Asymmetric light propagation based on graded photonic crystals. *Japanese Journal of Applied Physics*, 52 :122601, 2013.
 - [128] B.B. Oner, M. Turdjev, and H. Kurt. High-efficiency beam bending using graded photonic crystals. *Optics Letters*, 38(10) :1688–1690, May 2013.
 - [129] Hung-Wen Wang and Lien-Wen Chen. High transmission efficiency of arbitrary waveguide bends formed by graded index photonic crystals. *J. Opt. Soc. Am. B*, 28(9) :2098–2104, Sep 2011.
 - [130] Kun Ren and Xiaobin Ren. Controlling light transport by using a graded photonic crystal. *Applied Optics*, 50(15) :2152–2157, May 2011.
 - [131] Michael F. Land. The evolution of lenses. *Ophthalmic. Physiol. Opt.*, 32 :449–460, 2012.
 - [132] Anatoliy O. Pinchuk and George C. Schatz. Metamaterials with gradient negative index of refraction. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24(10) :A39–A44, Oct 2007.
 - [133] Eugene Hecht. *Optics (4th Edition)*. Addison Wesley, 4 edition, August 2001.
 - [134] H. Boutayeb, T.A Denidni, K. Mahdjoubi, A-C Tarot, A Sebak, and L. Talbi. Analysis and design of a cylindrical ebg-based directive antenna. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 54(1) :211–219, Jan 2006.

- [135] N. Guerin, S. Enoch, Gerard Tayeb, Pierre Sabouroux, P. Vincent, and H. Legay. A metallic fabry-perot directive antenna. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 54(1) :220–224, Jan 2006.
- [136] A De Lustrac, F. Gadot, E. Akmansoy, and T. Brillat. High-directivity planar antenna using controllable photonic bandgap material at microwave frequencies. *Applied Physics Letters*, 78(26) :4196–4198, Jun 2001.
- [137] Pekka Ikonen, Constantin Simovski, and Sergei Tretyakov. Compact directive antennas with a wire-medium artificial lens. *Microwave and Optical Technology Letters*, 43(6) :467–469, 2004.
- [138] J.-M. Lourtioz. *Photonic crystals : towards nonoscale photonic devices*. Springer, 2005.
- [139] Xiao-Hong Sun, Yu-Long Wu, Wei Liu, Yu Hao, and Liu-Di Jiang. Luneburg lens composed of sunflower-type graded photonic crystals. *Optics Communications*, 315 :367–373, 2014.
- [140] Fabian Gaufillet and Éric Akmansoy. Metallic graded photonic crystals for graded index lens. *Applied Physics A*, 109(4) :1071–1074, 2012.
- [141] F. Gaufillet and É. Akmansoy. Design and experimental evidence of a flat graded-index photonic crystal lens. *J. Appl. Phys.*, 114 :083105, 2013.
- [142] Abraham. Savitzky and M. J. E. Golay. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures. *Analytical Chemistry*, 36(8) :1627–1639, 1964.
- [143] A. Sihvola. *Electromagnetic Mixing Formulas and Applications*. IEE Publishing, 1999.
- [144] M. Turdjev, B. B. Oner, I. H. Giden, and H. Kurt. Mode transformation using graded photonic crystals with axial asymmetry. *J. Opt. Soc. Am. B*, 30(6) :1569–1579, Jun 2013.
- [145] C. Tan, Tapio Niemi, Changsi Peng, and Markus Pessa. Focusing effect of a graded index photonic crystal lens. *Optics Communications*, 284 :3140–3143, 2011.
- [146] C.G. Parazzoli, R.B. Greegor, J.A. Nielsen, M.A. Thompson, K. Li, A.M. Vetter, and M.H. Tanielian. Performance of a negative index of refraction lens. *Applied Physics Letters*, 84(17) :3232–3234, April 2004.
- [147] J.C. Maxwell. *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell*. W.D. Niven, New York, 1965.
- [148] R.K. Luneburg. *Mathematical theory of optics*. Brown University Press, Providence, Rhode Island, 1944.
- [149] AD. Greenwood and Jian-Ming Jin. A field picture of wave propagation in inhomogeneous dielectric lenses. *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, 41(5) :9–18, Oct 1999.
- [150] P. Rozenfeld. The electromagnetic theory of three-dimensional inhomogeneous lenses. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 24(3) :365–370, May 1976.
- [151] J. Eaton. On spherically symmetric lenses. *Antennas and Propagation, Transactions of the IRE Professional Group on*, PGAP-4 :66–71, December 1952.
- [152] H. Rosu and M. Reyes. Electromagnetic modes of maxwell fisheye lens. *Il Nuovo Cimento D*, 16(5) :517–522, 1994.
- [153] B. Fuchs, O. Lafond, S. Rondineau, M. Himdi, and L. Le Coq. Off-axis performances of half maxwell fish-eye lens antennas at 77 ghz. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 55(2) :479–482, Feb 2007.

-
- [154] B. Fuchs, O. Lafond, S. Rondineau, and M. Himdi. Design and characterization of half maxwell fish-eye lens antennas in millimeter waves. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 54(6) :2292–2300, June 2006.
 - [155] B. Fuchs, O. Lafond, S. Rondineau, M. Himdi, and L. Le Coq. Design and characterisation of half-maxwell fish-eye lens antenna in 76-81 ghz band. *Electronics Letters*, 42 :261–263(2), March 2006.
 - [156] Ulf Leonhardt and Tomáš Tyc. Broadband invisibility by non-euclidean cloaking. *Science*, 323(5910) :110–112, 2009.
 - [157] Paloma A. Huidobro, Maxim L. Nesterov, Luis Martin Moreno, and Francisco J. Garcia Vidal. Transformation optics for plasmonics. *Nano Letters*, 10(6) :1985–1990, 2010. PMID : 20465271.
 - [158] Yongmin Liu, Thomas Zentgraf, Guy Bartal, and Xiang Zhang. Transformational plasmon optics. *Nano Letters*, 10(6) :1991–1997, 2010. PMID : 20465268.
 - [159] Vera N. Smolyaninova, Igor I. Smolyaninov, Alexander V. Kildishev, and Vladimir M. Shalaev. Maxwell fish-eye and eaton lenses emulated by microdroplets. *Opt. Lett.*, 35(20) :3396–3398, Oct 2010.
 - [160] G.D.M. Peeler and H.P. Coleman. Microwave stepped-index luneburg lenses. *Ire Transactions on Antennas and Propagation*, pages 202–207, April 1958.
 - [161] L.C. Gunderson and G.T. Holmes. Microwave luneburg lens. *Applied Optics*, 7(5) :801–804, May 1958.
 - [162] S. Combleet. *Microwave Optics : The Optics of Microwave Antenna Design*. Academic Press, 1976.
 - [163] M.I. Skolnik. *Introduction to Radar Systems*. McGraw-Hill, 1981.
 - [164] N. Kundtz and D.R. Smith. Extreme-angle broadband metamaterial lens. *Nat. Mater.*, 9 :129–132, 2010.
 - [165] H.F. Ma and T.J. Cui. Three-dimensional broadband and broad-angle transformation-optics lens. *Nat. Commun.*, 1 :124, 2010.
 - [166] Yoke Leng Loo, Yarong Yang, Ning Wang, Yun Gui Ma, and Chong Kim Ong. Broadband microwave luneburg lens made of gradient index metamaterials. *J. Opt. Soc. Am. A*, 29(4) :426–430, Apr 2012.
 - [167] Angela Demetriadou and Yang Hao. Slim luneburg lens for antenna applications. *Opt. Express*, 19(21) :19925–19934, Oct 2011.
 - [168] J. A. Dockrey, M. J. Lockyear, S. J. Berry, S. A. R. Horsley, J. R. Sambles, and A. P. Hibbins. Thin metamaterial luneburg lens for surface waves. *Phys. Rev. B*, 87 :125137, Mar 2013.
 - [169] Abdallah Dhouibi, Shah Nawaz Burokur, André de Lustrac, and Alain Priou. Compact metamaterial-based substrate-integrated luneburg lens antenna. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 11 :1504–1507, 2012.
 - [170] Van E. Wood, James R. Busch, Duncan T. Moore, C. Benjamin Wooley, and W.H. Southwell. Rectangular luneburg-type lenses for integrated optics. *Optics Letters*, 8(4), April 1983.
 - [171] Andrea Di Falco, Susanne C. Kehr, and Ulf Leonhardt. Luneburg lens in silicon photonics. *Opt. Express*, 19(6) :5156–5162, Mar 2011.

- [172] Lucas H. Gabrielli and Michal Lipson. Integrated luneburg lens via ultra-strong index gradient on silicon. *Opt. Express*, 19(21) :20122–20127, Oct 2011.
- [173] Hanhong Gao, Baile Zhang, Steven G. Johnson, and George Barbastathis. Design of thin film photonic metamaterial luneburg lens using analytical approach. *Opt. Express*, 20(2) :1617–1628, Jan 2012.
- [174] John Hunt, Talmage Tyler, Sulochana Dhar, Yu-Ju Tsai, Patrick Bowen, Stéphane Larouche, Nan M. Jokerst, and David R. Smith. Planar, flattened luneburg lens at infrared wavelengths. *Opt. Express*, 20(2) :1706–1713, Jan 2012.
- [175] Rayaner Arigong, Jun Ding, Han Ren, Rongguo Zhou, HyoungSoo Kim, Yuankun Lin, and Hualiang Zhang. Design of wide-angle broadband luneburg lens based optical couplers for plasmonic slot nano-waveguides. *Journal of Applied Physics*, 2013.
- [176] Oscar Quevedo-Teruel, Wenxuan Tang, and Yang Hao. Isotropic and nondispersive planar fed luneburg lens from hamiltonian transformation optics. *Optics Letters*, 37(23) :4850–4852, December 2012.
- [177] Oscar Quevedo-Teruel and Yang Hao. Directive radiation from a diffuse luneburg lens. *Optics Letters*, 38(4) :392–394, February 2013.
- [178] Carlos Gomez-Reino, M. Victoria Perez, Carmen Bao, and M. Teresa Flores-Arias. Design of grin optical components for coupling and interconnects. *Laser & Photon. Rev.*, 2(3) :203–215, 2008.
- [179] David K. Cheng. Modified luneberg lens for defocused source. *Ire Transactions on Antennas and Propagation*, pages 110–111, January 1960.
- [180] James A. Lock. Scattering of an electromagnetic plane wave by a luneburg lens. 1. ray theory. *J. Opt. Soc. Am. A*, 25(12) :2971–2979, December 2008.
- [181] H. Kurt, B.B. Oner, M. Turdnev, and I.H. Giden. Modified maxwell fish-eye approach for efficient coupler design by graded photonic crystals. *Optics Express*, 20(20) :22018–22033, September 2012.
- [182] A. Fletcher, T. Murphy, and A. Young. Solutions of two optical problems. *Proc R. Soc. Lond. A*, 223 :216–225, 1954.
- [183] Erich W. Marchand. Gradient-index imaging optics today. *Applied Optics*, 21(6) :983, March 1982.
- [184] CVI Melles Griot. *Gradient-Index Lenses* (<http://pdf.directindustry.com/pdf/cvi-melles-griot/gradient-index-lenses/12567-66963.html>).
- [185] Predrag Milojkovic, Stefanie Tompkins, and Ravindra Athale. Special section guest editorial : Gradient index optics. *Optical Engineering*, 52(11) :112101–112101, 2013.
- [186] Didier Felbacq and Rafik Smaïli. Bloch modes dressed by evanescent waves and the generalized goos-hänchen effect in photonic crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :193902, May 2004.
- [187] Jean-Marie Vigoureux. De l’onde évanescence de fresnel au champ proche optique. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 28(3-4) :525–548, 2003.
- [188] Dimitri A. Papathanassoglou and Brian Vohnsen. Direct visualization of evanescent optical waves. *American Journal of Physics*, 71(7) :670–677, 2003.
- [189] S. Zhu, A. W. Yu, D. Hawley, and R. Roy. Frustrated total internal reflection : A demonstration and review. *American Journal of Physics*, 54(7) :601–607, 1986.

-
- [190] F. Goos and H. Hänchen. Ein neuer und fundamentaler versuch zur totalreflexion. *Annalen der Physik*, 436(7-8) :333–346, 1947.
 - [191] Rémi H. Renard. Total reflection : A new evaluation of the goos-hänchen shift. *J. Opt. Soc. Am.*, 54(10) :1190–1196, Oct 1964.
 - [192] A. Haibel, G. Nimtz, and A. A. Stahlhofen. Frustrated total reflection : the double-prism revisited. *Phys. Rev. E*, 63 :047601, Mar 2001.
 - [193] Didier Felbacq, Antoine Moreau, and Rafik Smaâli. Goos-hänchen effect in the gaps of photonic crystals. *Optics Letters*, 28(18) :1633–1635, September 2003.
 - [194] Min Qu and Zhi-Xun Huang. Frustrated total internal reflection : Resonant and negative goos-hänchen shifts in microwave regime. *Optics Communications*, 284 :2604–2607, 2011.
 - [195] A. Madrazo and M. Nieto-Vesperinas. Detection of subwavelength goos-hänchen shifts from near-field intensities : a numerical simulation. *Optics Letters*, 20(24) :2445–2447, December 1995.
 - [196] V.V. Moskalenko, I.V. Soboleva, and A.A. Fedyanin. Surface wave induced enhancement of the goos-hänchen effect in one dimensional photonic crystals. *JETP Letters*, 91(8) :382–386, 2010.
 - [197] Zoltán Vörös and Rainer Johnsen. A simple demonstration of frustrated total internal reflection. *Am. J. Phys.*, 76(8) :746–749, August 2008.
 - [198] C.K. Carniglia and L. Mandel. Phase-shift measurement of evanescent electromagnetic waves. *Journal of the Optical Society of America*, 61(8) :1035–1043, August 1971.
 - [199] Yuhang Wan, Zheng Zheng, Weijing Kong, Ya Liu, Zhiting Lu, and Yusheng Bian. Direct experimental observation of giant goos-hänchen shifts from bandgap-enhanced total internal reflection. *Optics Letters*, 36(18) :3539–3541, September 2011.
 - [200] I.V. Soboleva, V.V. Moskalenko, and A.A. Fedyanin. Giant goos-hänchen effect and fano resonance at photonic crystal surfaces. *Physical Review Letters*, 108 :123901, March 2012.
 - [201] K. L. Andrew Chan, Shelly Gulati, Joshua B. Edel, Andrew J. de Mello, and Sergei G. Kazarian. Chemical imaging of microfluidic flows using atr-ftir spectroscopy. *Lab Chip*, 9 :2909–2913, 2009.
 - [202] Earl L. Steele, Walter C. Davis, and Robert L. Treuthart. A laser output coupler using frustrated total internal reflection. *Applied Optics*, 5(1) :5–8, January 1966.
 - [203] Sergei G. Kazarian and K.L. Andrew Chan. Atr-ftir spectroscopic imaging : recent advances and applications to biological systems. *Analyst*, 138 :1940–1951, 2013.
 - [204] Frédéric Picard, Thierry Buffeteau, Bernard Desbat, Michèle Auger, and Michel Pérolet. Quantitative orientation measurements in thin lipid films by attenuated total reflection infrared spectroscopy. *Biophysical Journal*, 76 :539–551, January 1999.
 - [205] Sammy Frey and Lukas K. Tamm. Orientation of melittin in phospholipid bilayers. a polarized attenuated total reflection infrared study. *Biophys. J.*, 60 :922–930, October 1991.
 - [206] Wigand Hübner and Henry H. Mantsch. Orientation of specifically $^{13}\text{C} = \text{o}$ labeled phosphatidylcholine multilayers from polarized attenuated total reflection ft-ir spectroscopy. *Biophys. J.*, 59 :1261–1272, June 1991.

- [207] R.O. Ports, D.B. Guzek, R.R. Harris, and J.E. McKie. A noninvasive, in vivo technique to quantitatively measure water concentration of the stratum corneum using attenuated total-reflectance infrared spectroscopy. *Arch. Dermatol. Res.*, 277 :489–495, 1985.
- [208] Magdi M. Mossoba, Martin P. Yurawecz, and Richard E. McDonald. Rapid determination of the total trans content of neat hydrogenated oils by attenuated total reflection spectroscopy. *JAACS*, 73(8) :1003–1009, 1996.
- [209] H.M. Heise, Ralf Marbach, Günter Janatsch, and J.D. Kruse-Jarres. Multivariate determination of glucose in whole blood by attenuated total reflection infrared spectroscopy. *Anal. Chem.*, 61 :2009–2015, 1989.
- [210] Erik Goormaghrigh, Veronique Cabiaux, and Jean-Marie Ruyschaert. Secondary structure and dosage of soluble and membrane proteins by attenuated total reflection fourier-transform infrared spectroscopy on hydrated films. *Eur. J. Biochem.*, 193 :409–420, 1990.
- [211] Paul A. Connor, Kevin D. Dobson, and A. James McQuillan. New sol-gel attenuated total reflection infrared spectroscopic method for analysis of adsorption at metal oxide surfaces in aqueous solutions. chelation of tio_2 , zro_2 , and al_2o_3 surfaces by catechol, 8-quinolinol, and acetylacetone. *Langmuir*, 11 :4193–4195, 1995.